

Université du Québec à Chicoutimi

Doctorat en ingénierie

Département des sciences appliquées

Thèse présentée comme exigence partielle du Doctorat

**Modélisation de l'épaississement de la boue rouge par
cisaillement**

Par : Charles Nadeau

Date : 29 Septembre 2016

À mes parents Jeanne et Gérald

Résumé

De nos jours, les normes environnementales dictées par les gouvernements sont de plus en plus sévères : la grande industrie doit s'adapter afin de répondre à ces normes. Dans le cas de la production de l'alumine, une des préoccupations majeures est la gestion des résidus solides générés par le procédé Bayer. Au fil des années, la qualité de la bauxite disponible diminue et la quantité de rejet est en constante augmentation, d'où l'importance d'accroître la siccité des résidus solides qui sont acheminés vers les sites de disposition.

Dans le procédé Bayer, l'utilisation d'une série de décanteurs, appelés laveurs, permet de séparer les résidus solides de l'aluminate. Chaque laveur est un immense réservoir muni d'un système de raclage qui est entraîné par une motorisation fixée au sommet de celui-ci. Le râteau dans les laveurs a principalement deux rôles : le compactage des résidus et le déplacement radial de ceux-ci vers le puits de décharge situé dans la partie inférieure centrale du laveur. Le dernier décanteur, appelé épaisseur, prépare le résidu pour la disposition. Le compactage est un phénomène important de l'épaisseur et la compréhension des phénomènes permettant la séparation solide-liquide induite par le râteau est encore incomplète. Le présent projet d'étude soumet l'hypothèse que le compactage de la boue par un râteau est dû à la déformation qu'il induit dans celle-ci. Plusieurs fournisseurs informatiques proposent des logiciels commerciaux afin de simuler l'écoulement d'un fluide. Cependant, aucun de ces logiciels ne permet de simuler l'épaississement de la boue rouge sous l'action d'un cisaillement induit par un râteau. Le compactage et la déformation de la boue rouge due à l'action d'un rotor ont été mesurés et quantifiés dans notre laboratoire en utilisant un montage expérimental innovateur. Les

données observées concordent bien avec le modèle mathématique de l'épaississement par cisaillement développé dans ce projet. Ce modèle a été incorporé en tant que module de compactage dans le logiciel d'écoulement de fluide ANSYS FLUENT afin de simuler le compactage d'une boue rouge par un rotor. Les performances de compactage de différents rotors dans différentes conditions opérationnelles ont été analysées. Ce travail nous a permis de comprendre que la déformation par cisaillement de la boue combinée à la pression hydrostatique sont les deux phénomènes responsables de l'augmentation de la fraction solide. Les résultats obtenus dans ce projet suggèrent également qu'il serait possible d'améliorer les épaisseurs industriels par des modifications mineures de leurs équipements de râclage.

Remerciements

L’auteur tient à remercier son directeur de recherche, M. André Leclerc, professeur à l’Université du Québec à Chicoutimi, pour son support, son aide ainsi que ses conseils. Merci également à Guy Simard, directeur du laboratoire Jean Doucet, pour son expertise en mécanique des fluides ainsi qu’en modélisation numérique.

L’auteur tient également à remercier tous les membres du Groupe de recherche universitaire en séparation Solide/Liquide (GRUSSL) pour leurs supports dans la réalisation de ce projet. Un remerciement particulier à Éric Lemay, technicien principal dans ce projet, pour son aide ainsi que ses conseils et à Damien Boudeville pour sa contribution au modèle de simulation numérique.

Finalement l’auteur remercie la société Rio-Tinto et le Centre de recherche et développement Arvida (C.R.D.A) pour leur support financier. Merci également à Alain Boivin, chercheur chez RT et co-directeur de ce projet, pour son support et son expertise.

Nomenclature

Lettres romaines

A	Aire	m^2
A_p	Aire projetée dans la direction de l'écoulement	m^2
B	Constante empirique	-
C	Concentration en solide	kg/m^3
C_d	Coefficient de traînée	m^2
C_{max}	Concentration solide maximale	% p/p
d	Diamètre de la particule	m
D	Diamètre	m
d_m	Distance séparant deux marques	m
De	Nombre de Déborah	-
e	Épaisseur du milieu filtrant	m
F	Force	N
F_f	Force de friction avec le fluide	N
F_g	Force gravitationnelle	N
f_1	Coefficient de friction entre une particule et un solide	-
f_2	Coefficient de friction entre deux particules	-
F_b	Force de flottabilité	N

G	Flux de masse	kg/m^2s
g	Accélération gravitationnelle	m^2/s
H	Hauteur	m
h_o	Hauteur initiale	cm
h_f	Hauteur finale	cm
H_0	Hauteur initiale de la suspension	m
H_{eq}	Hauteur des sédiments à l'équilibre	m
k	Coefficient de perméabilité de la membrane poreuse	m^2
K	Constante expérimentale	-
k_0	Constante empirique	-
k_1	Constante empirique	-
k_2	Constante empirique	-
L	Longueur	m
lv	Distance de la course initiale	m
ΔL	Distance	m
M	Moment de couple	$N \cdot m$
m	Masse de la particule	kg
n'	Taille de l'échantillon	-
n	Constante expérimentale	-
P	Pression hydrostatique	Pa
ΔP	Perte de charge	Pa
P_y	Limite d'élasticité en compression	Pa

Q	Débit volumique	m^3/s
Re	Nombre de Reynold	-
R_c	Résistance du gâteau	m^{-1}
R_f	Résistance de la membrane	m^{-1}
R_o	Rayon du cylindre externe	m
R_i	Rayon du cylindre interne	m
r	Rayon	m
R	Résistance à la filtration	m^{-1}
R_e	Distance entre le centre et le fond du tube de centrifugation	m
$R(\emptyset)$	Ralentissement de la sédimentation retardée	-
S_β	Terme source de la phase β	-
s	Écart type de l'échantillon	-
tr	Opérateur trace	-
T_h	Quantité de tonnes métriques par heure	t/h
T_o	Coefficient de friction entre deux particules	-
T	Temps	s
Δt	Différence de temps	s
T^1	Moment de couple	$N \cdot m$
t	Temps	s
$\tau_{\alpha/2}$	Valeur critique provenant de la distribution de Student	-
u	Déplacement sur l'axe x	mm

U	Vitesse sur l'axe x	m/s
u_d	Vitesse de descente des particules	m/s
V	Vitesse sur l'axe y	m/s
V_i m ⁻	Vitesse périphérique du râteau	m/s
v	Déplacement sur l'axe y	mm
V_{max}	Vitesse maximale de la plaque en mouvement	m/s
V_p	Volume de la particule	m^3
v_s	Vitesse de sédimentation	m/s
$\overrightarrow{V_\beta}$	Vitesse de la phase β	m/s
v_f	Vitesse de montée du fluide	m/s
v_x	Vitesse du fluide sur l'axe des abscisses	m/s
v_y	Vitesse du fluide sur l'axe des ordonnées	m/s
w	Déplacement sur l'axe z	mm
W	Vitesse sur l'axe z	m/s
X	Fraction massique	%p/p
x	Distance séparant deux plaques	m
X_g	Point de gel	%p/p
\bar{x}	Moyenne de l'échantillon	-
X'	Valeur testée	-
X_0	Fraction solide initiale	%p/p
z	Distance par rapport au fond	m

Lettres grecques

α_1	Constante	-
α_β	Fraction volumique de la phase évaluée	% v/v
α_2	Constante	-
α_3	Constante	-
α	Angle	°
β	Phase du mélange	-
φ	Fraction volumique	% v/v
φ_{av}	Fraction volumique moyenne	% v/v
φ_i	Fraction volumique initiale	% v/v
φ_o	Fraction volumique initiale	% v/v
φ_g	Point de gel	% v/v
θ	Angle	rad
θ'	Angle	°
\emptyset_0	Fraction volumique initiale	% v/v
\emptyset_f	Fraction volumique finale	% v/v
\emptyset	Fraction volumique du mélange	% v/v
ρ	Densité du mélange	kg/m^3
ρ_β	Densité de la phase β	kg/m^3
ρ_p	Densité de la particule	kg/m^3
ρ_b	Densité de la bille	g/cm^3
ρ_1	Densité de la boue	kg/m^3

ρ_2	Densité du fluide	g/cm^3
ρ_f	Densité du fluide	kg/m^3
$\Delta\rho$	Différence de densité entre deux phases	kg/m^3
ρ_s	Densité du solide	kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	Pa
τ_o	Seuil de cisaillement	Pa
$\bar{\tau}$	Terme de diffusion du mélange	-
λ	Angle	°
δ	Écart à la moyenne normalisée par l'écart type	-
μ	Viscosité dynamique	$Pa \cdot s$
ν	Viscosité cinématique	$mm^2 \cdot s^{-1}$
ω	Vitesse angulaire	rad/s
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement/ Taux de déformation	s^{-1}
γ	Déformation	-
γ_{mat}^t	Matrice transposée du tenseur	-
γ_{mat}	Matrice du tenseur	-
γ_m	Déformation moyenne pendant le passage d'un rotor	-

Table des matières

Chapitre 1 : Introduction, problématique et objectifs	1
1.1 Introduction	1
1.2. Problématique	5
1.3 Objectif.....	6
1.3.1 Objectif spécifique 1	6
1.3.2 Objectif spécifique 2	7
Chapitre 2 : Revue des travaux antérieurs et originalité de la thèse	8
2.1 Revue des travaux antérieurs	8
2.2 Floculation.....	10
2.3 Effet de la gravité sur la séparation solide-liquide.....	11
2.4 Les râteaux	12
2.5 Contrainte de cisaillement.....	12
2.6 Originalité de la thèse doctorale.....	14
Chapitre 3 : Théorie	16
3.1 Introduction	16
3.2 Différentes méthodes de séparation solide-liquide	16
3.3 Sédimentation.....	18
3.4 Caractérisation des particules solides.....	18
3.5 La bauxite.....	19

3.6 Sédimentation libre	20
3.7 Sédimentation retardée	25
3.8 Sédimentation floculée.....	26
3.9 Flottation	27
3.10 Tamisage	28
3.11 Centrifugation	28
3.12 Filtration	28
3.13 Écoulement au travers d'une membrane perméable	29
3.14 Décanteur	32
3.14.1 Décanteur horizontal	32
3.14.2 Décanteur vertical	33
3.15 Point de gel.....	36
3.16 Force de compression.....	37
3.17 Râteau.....	40
3.17.1 Râteau vertical.....	40
3.17.2 Transport	41
3.17.3 Le couple du râteau	43
3.17.4 Râteau horizontal	46
3.18 Mécanismes d'épaississement proposés	47
3.19 Épaississement d'une boue floculée.....	50

Chapitre 4 Rhéologie des fluides particuliers.....	53
4.1 Classification du fluide	53
4.2 Thixotropie et rhéopexie	56
4.2.1 Distinction entre thixotropie et rhéofluidifiant	57
4.2.2 Distinction entre rhéopexie et rhéoépaississement	57
4.3 Mémoire des fluides	58
4.4 Viscoélasticité du fluide	59
4.5 Rhéomètre	59
4.5.1 Viscosimètre à chute de bille	60
4.5.2 Viscosimètre par force de gravité	61
4.5.3 Rhéomètre capillaire	63
4.5.4 Rhéomètre rotatif	65
4.6 Évaluation du seuil de cisaillement.....	70
4.7 Déformation d'une particule de fluide	73
Chapitre 5 Méthodologie.....	79
5.1 Section expérimentale	79
5.1.1 Température	80
5.1.2 Type de boue	80
5.1.3 Dosage et type de floculant dans la boue	80
5.1.4 Dilution initiale de la boue dans les cylindres de floculation	81

5.1.5 Point de gel et limite d'élasticité en compression	82
5.1.6 Calcul du profil de fraction solide dans un cylindre	85
5.1.7 Tableau de la fraction solide en fonction de la profondeur dans le lit boue	91
5.1.8 La vitesse de sédimentation	93
5.2 Le montage expérimental des essais d'épaississement par cisaillement.....	94
5.2.1 Description du montage	95
5.2.2 Structure métallique présente dans le montage expérimental	98
5.2.3 Différentes configurations utilisées lors des essais	99
5.3 Déformation de la boue	100
5.4 La quantité de boue présente dans le montage	100
5.5 La durée d'un essai.....	100
5.6 La vitesse de rotation du système.....	101
5.7 Mesure de la déformation dans la boue.....	101
5.7.1 Trajectoire d'un volume de boue subissant une déformation	102
5.7.2 Vitesse de déformation du volume de boue	103
5.8 Analyse des prises de vue	105
5.9 Déformation optimale	108
5.10 Méthode de triangulation	111
5.10.1 Déformation optimale 1 bille pleine , ½ rpm	113

5.10.2 Déformation optimale 1 bille pleine , 1 rpm	114
5.10.3 Déformation optimale 1 bille pleine , 2 rpm	114
5.10.4 Déformation optimale ½ bille , ½ rpm.....	115
5.10.5 Déformation optimale ½ bille , 1 rpm.....	115
5.10.6 Déformation optimale ½ bille , 2 rpm.....	116
5.10.7 Déformation optimale ½ bille , 4 rpm et plus	116
5.11 Mesure de la fraction solide massique	131
5.11.1 Protocole de la balance chauffante.....	133
5.11.2 Protocole avec l'étuve	134
5.12 Mesure du seuil de cisaillement et de la viscosité de la boue	135
5.12.1 Mesure du seuil de cisaillement dans la boue du réservoir	136
5.12.2 Mesure de la viscosité	137
5.13 Préparation de la boue.....	141
5.14 Mise en route de l'essai d'épaississement.....	141
5.15 Pendant l'essai d'épaississement.....	142
5.16 Fin de l'essai d'épaississement	142
5.17 Traitement des données.....	143
Chapitre 6 Résultats et discussion.....	144
6.1 Viscosité et seuil de cisaillement	144
6.2 Le point de gel.....	147

6.3 Fraction solide en fonction du temps dans le montage de 2 litres	148
6.3.1 Essais pour une ½ bille.....	150
6.3.2 Essais pour deux ½ billes	151
6.3.3 Essais pour quatre ½ billes.....	151
6.4 Développement du modèle mathématique de l'épaississement par cisaillement..	152
6.5 Essais avec les rotors de ½ bille.....	158
6.5.1 Essais pour une ½ bille.....	160
6.5.2 Essais pour deux ½ billes	160
6.5.3 Essais pour quatre ½ billes.....	161
6.5.4 Essai pour une ½ bille 0,5 rpm.....	162
6.5.5 Essais pour une ½ bille 1 rpm	162
6.5.6 Essais pour une ½ bille 2 rpm	163
6.5.7 Essais pour deux ½ billes 0,5 rpm.....	163
6.5.8 Essais pour deux ½ billes 1 rpm.....	164
6.5.9 Essais pour deux ½ billes 2 rpm.....	164
6.5.10 Essais pour deux ½ billes 4 rpm.....	165
6.5.11 Essais pour quatre ½ billes 0,5 rpm	165
6.5.12 Essais pour quatre ½ billes 1 rpm	166
6.5.13 Essais pour quatre ½ billes 2 rpm	166
6.5.14 Essais pour quatre ½ billes 5 rpm	167

6.5.15 Récapitulatif des essais avec les demi-billes.....	167
6.6 Essais avec des rotors de billes pleines dans le montage de 6 litres	168
6.6.1 2 billes pleines 1rpm	169
6.6.2 4 billes pleines 1rpm	170
6.6.3 2 billes pleines 1rpm (zone du bas).....	171
6.6.4 2 billes pleines 1rpm (zone du haut)	171
6.6.5 4 billes pleines 1rpm (zone du haut)	172
6.6.6 4 billes pleines 1rpm (zone du bas).....	172
6.6.7 Récapitulatif des résultats du montage de 6 litres	173
6.7 Identification des constantes <i>k1</i> et <i>k2</i>	174
Chapitre 7 Simulation numérique.....	177
7.1 Paramètres de la simulation	177
7.2 Description du modèle de simulation.....	180
7.3 Résultat de la simulation numérique	184
Chapitre 8 Conclusions et recommandations.....	187
8.1 Conclusions	187
8.2 Recommandations	187
Chapitre 9. Bibliographie.....	189
Annexe A Tableau de la distribution de Student	197

Liste des figures

FIGURE 1. PROCÉDÉ BAYER	4
FIGURE 2. LES ZONES DE SÉDIMENTATION DANS UN ÉPAISSISSEUR	9
FIGURE 3. DÉFORMATION DUE AU CISAILLEMENT ENTRE DEUX PLAQUES	13
FIGURE 4. DIFFÉRENTES TECHNIQUES DE SÉPARATION SOLIDE-LIQUIDE	17
FIGURE 5. DIFFÉRENTES FORCES AGISSANT SUR UNE PARTICULE	21
FIGURE 6. COURBE DE KYNCH [33].....	25
FIGURE 7. PRINCIPE DE FLOCULATION.....	27
FIGURE 8. ÉCOULEMENT AU TRAVERS D'UN MILIEU POREUX	29
FIGURE 9. DÉCANTEUR HORIZONTAL STANDARD [31].....	33
FIGURE 10. DÉCANTEUR HORIZONTAL LAMELLAIRE [31].....	33
FIGURE 11. DÉCANTEUR VERTICAL POSSÉDANT UN Puits DE DÉCHARGE [31]	34
FIGURE 12. ZONES D'OPÉRATION D'UN DÉCANTEUR [46]	35
FIGURE 13. EMPLACEMENT DU POINT DE GEL DANS UNE SUSPENSION DE BOUE FLOCULÉE	37
FIGURE 14. RÂTEAU VERTICAL	41
FIGURE 15. DIFFÉRENTE CONFIGURATION DE RÂTEAUX VERTICAUX.....	41
FIGURE 16. SURFACE EFFECTIVE D'UNE LAME.....	43
FIGURE 17. DIFFÉRENTS ANGLES PAR RAPPORT À LA LAME DE RÂTEAU	45
FIGURE 18. RÂTEAU HORIZONTAL	46
FIGURE 19. COLONNE DE BOUE	48
FIGURE 20. FORCE EXERCÉE PAR UNE LAME DE RÂTEAU SIMPLE DANS LA BOUE.....	50
FIGURE 21. ANALOGIE DE LA BOUE AVEC UN SYSTÈME DE PILIERS	51

FIGURE 22. ANALOGIE DE LA BOUE AVEC UN SYSTÈME DE PILIERS	52
FIGURE 23. DIFFÉRENTS COMPORTEMENTS D'UN FLUIDE	53
FIGURE 24. MODÈLES DE COMPORTEMENT DE FLUIDE	54
FIGURE 25. THIXOTROPIE.....	56
FIGURE 26. RHÉOPEXIE	57
FIGURE 27. VISCOÉLASTICITÉ	59
FIGURE 28. VISCOSIMÈTRE À CHUTE DE BILLE	61
FIGURE 29. VISCOSIMÈTRE UBBELOHDE ET CANNON-FENSKE.....	62
FIGURE 30. RHÉOMÈTRE CAPILLAIRE.....	64
FIGURE 31. RHÉOMÈTRES ROTATIFS	66
FIGURE 32. MANDRIN	67
FIGURE 33. SEUIL DE CISAILLEMENT	71
FIGURE 34. TYPE DE MANDRINS (PLAQUE SUR PLAQUE ET CÔNE SUR PLAQUE)	72
FIGURE 35. MANDRIN DE TYPE VANE	73
FIGURE 36. TENSEURS DE DÉFORMATION.....	75
FIGURE 37. GRADIENT DE VITESSE D'UN ÉCOULEMENT LAMINAIRE ENTRE DEUX PLAQUES	77
FIGURE 38. PRÉPARATION DE LA BOUE	81
FIGURE 39. HAUTEUR DU LIT DE BOUE INITIAL PAR RAPPORT AU LIT DE BOUE FINAL.....	83
FIGURE 40. EXTRAPOLATION DU POINT DE GEL.....	84
FIGURE 41. LIMITE D'ÉLASTICITÉ EN COMPRESSION EN FONCTION DE LA FRACTION SOLIDE MASSIQUE DE LA BOUE ROUGE [41]	85
FIGURE 42. FORCE DE COMPRESSION EN FONCTION DE LA FRACTION SOLIDE	86
FIGURE 43 . LIT DE BOUE PRÉSENT DANS LE CYLINDRE GRADUÉ	92

FIGURE 44. PROFIL DE FRACTION SOLIDE DANS UN CYLINDRE	92
FIGURE 45. ESSAI EN CYLINDRE	94
FIGURE 46. MONTAGE EXPÉRIMENTAL	96
FIGURE 47. INSTALLATION DE LA CAMÉRA ET DU SYSTÈME D'ÉCLAIRAGE AUTOUR DU MONTAGE	97
FIGURE 48. STRUCTURE MÉTALLIQUE PRÉSENTE DANS LE MONTAGE EXPÉRIMENTAL	98
FIGURE 49. CONFIGURATIONS DES ROTORS.....	99
FIGURE 50. ZONE DE BOUE AFFECTÉE PAR UNE DEMI-BILLE.....	101
FIGURE 51. ZONE DE BOUE AFFECTÉE PAR UNE BILLE PLEINE.....	102
FIGURE 52. TRAJECTOIRE DE LA BOUE SUITE AU PASSAGE DU ROTOR	103
FIGURE 53. DIFFÉRENTES VITESSES DE DÉFORMATION DE LA BOUE	104
FIGURE 54. ÉTALONNAGE DE L'IMAGE	106
FIGURE 55. REPÉRAGE AUTOMATIQUE DU LOGICIEL TRACKER	108
FIGURE 56. GRADIENT DE DÉFORMATION OPTIMAL.....	109
FIGURE 57. DÉFORMATION OPTIMALE VERTICALE	110
FIGURE 58. DÉFORMATION OPTIMALE HORIZONTALE.....	110
FIGURE 59. DISTANCE OPTIMALE DE CHAQUE POINT AUTOUR DU POINT CENTRAL	112
FIGURE 60. DÉFORMATION OPTIMALE 1 BILLE PLEINE 0,5 RPM	113
FIGURE 61. DÉFORMATION OPTIMALE 1 BILLE PLEINE , 1RPM	114
FIGURE 62. DÉFORMATION OPTIMALE 1 BILLE PLEINE, 2RPM.....	114
FIGURE 63. DÉFORMATION OPTIMALE 1/2 BILLE, 0,5 RPM.....	115
FIGURE 64. DÉFORMATION OPTIMALE 1/2 BILLE , 1 RPM.....	115
FIGURE 65. DÉFORMATION OPTIMALE 1/2 BILLE, 2RPM.....	116

FIGURE 66. DÉFORMATION OPTIMALE 1/2 BILLE, 4RPM ET PLUS	116
FIGURE 67. DÉFORMATION RÉELLE AUTOUR D'UNE STRUCTURE MÉTALLIQUE	117
FIGURE 68. COUCHE DE BOUE VISIBLE ET POINTS DE SUIVI SÉLECTIONNÉS	117
FIGURE 69. DÉLIMITATION DES DIFFÉRENTES SURFACES TRIANGULAIRES	118
FIGURE 70. DÉFORMATION EN U	119
FIGURE 71. DÉFORMATION EN V	119
FIGURE 72. COORDONNÉES AUX SOMMETS D'UN TRIANGLE	121
FIGURE 73. VALEURS DE DÉFORMATIONS POUR CHAQUE PLAN	127
FIGURE 74. TRIANGULATION PAR PAS DE TEMPS	129
FIGURE 75. DÉFORMATION À CHAQUE POINT D'ITÉRATION LE LONG DE LA TRAJECTOIRE DU VOLUME DE BOUE CENTRAL	130
FIGURE 76. PERCOLATION DU LIQUIDE À TRAVERS LA BOUE	131
FIGURE 77. TECHNIQUE D'ÉCHANTILLONNAGE.....	133
FIGURE 78. ÉVAPORATION EN ÉTUVE.....	135
FIGURE 79. PRISE DE LA VISCOSITÉ ET DU SEUIL DE CISAILLEMENT	137
FIGURE 80. RHÉOGRAMME DE LA CONTRAINTE DE CISAILLEMENT EN FONCTION DE LA VITESSE DU MANDRIN	138
FIGURE 81. VISCOSITÉ DE LA BOUE	139
FIGURE 82. POINTS D'IMMERSION DU MANDRIN	140
FIGURE 83. CONTRAINTE DE CISAILLEMENT EN FONCTION DU TAUX DE CISAILLEMENT...	144
FIGURE 84. VISCOSITÉ EN FONCTION DU TAUX DE CISAILLEMENT.....	146
FIGURE 85. VALEUR DU POINT DE GEL DE LA BOUE.....	147
FIGURE 86. ÉCHANTILLONNAGE DE LA FRACTION SOLIDE MONTAGE 2 LITRES.....	148

FIGURE 87. ESSAIS POUR 1/2 BILLE	150
FIGURE 88. ESSAIS POUR DEUX 1/2 BILLES	151
FIGURE 89. ESSAIS POUR QUATRE 1/2 BILLES.....	151
FIGURE 90. DÉFORMATION PÉRIODIQUE.....	154
FIGURE 91. AIRE SOUS LA COURBE D'UNE OSCILLATION.....	155
FIGURE 92. ASYMPTOTE DE L'AUGMENTATION DE LA FRACTION SOLIDE.....	155
FIGURE 93. DÉFORMATION CUMULATIVE 1/2 BILLE	160
FIGURE 94. DÉFORMATION CUMULATIVE DEUX 1/2 BILLES.....	160
FIGURE 95. DÉFORMATION CUMULATIVE 4 DEMI-BILLES	161
FIGURE 96. ESSAI 1/2 BILLE, 1/2 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT.....	162
FIGURE 97. ESSAI 1/2 BILLE, 1 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT.....	162
FIGURE 98. ESSAI 1/2 BILLE, 2 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	163
FIGURE 99. ESSAI DEUX 1/2 BILLES, 1/2 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	163
FIGURE 100. ESSAI DEUX 1/2 BILLES, 1 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	164
FIGURE 101. ESSAI DEUX 1/2 BILLES, 2 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	164
FIGURE 102. ESSAI DEUX 1/2 BILLES, 4 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	165
FIGURE 103. ESSAI QUATRE 1/2 BILLES, 1/2 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT ..	165
FIGURE 104. ESSAI QUATRE 1/2 BILLES, 1 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	166
FIGURE 105. ESSAI QUATRE 1/2 BILLES, 2 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	166
FIGURE 106. ESSAI QUATRE 1/2 BILLES, 5 RPM AVEC L'ÉQUATION D'ÉPAISSISSEMENT	167
FIGURE 107. ÉCHANTILLONNAGE DANS LE MONTAGE DE 6 LITRES	168
FIGURE 108. FRACTION SOLIDE EN FONCTION DU TEMPS, MONTAGE DE 6 LITRES (2 BILLES PLEINES 1RPM).....	169

FIGURE 109. FRACTION SOLIDE EN FONCTION DU TEMPS, MONTAGE DE 6 LITRES (4 BILLES PLEINES, 1RPM)	170
FIGURE 110. AJUSTEMENT DE LA RELATION D'ÉPAISSISSEMENT AUX DONNÉES DU MONTAGE DE 6 LITRES (2 BILLES PLEINES, 1 RPM, ZONE DU BAS)	171
FIGURE 111. AJUSTEMENT DE LA RELATION D'ÉPAISSISSEMENT AUX DONNÉES DU MONTAGE DE 6 LITRES (2 BILLES PLEINES, 1 RPM, ZONE DU HAUT)	171
FIGURE 112. AJUSTEMENT DE LA RELATION D'ÉPAISSISSEMENT AUX DONNÉES DU MONTAGE DE 6 LITRES (4 BILLES PLEINES, 1 RPM, ZONE DU HAUT)	172
FIGURE 113. AJUSTEMENT DE LA RELATION D'ÉPAISSISSEMENT AUX DONNÉES DU MONTAGE DE 6 LITRES (4 BILLES PLEINES, 1 RPM, ZONE DU BAS)	172
FIGURE 114. RÉSULTATS COMBINÉS DES DEUX MONTAGES	173
FIGURE 115. CALCUL DE LA CONSTANTE MULTIPLICATIVE k_1	174
FIGURE 116. TRAJECTOIRE SIMPLIFIÉE DE LA BILLE	178
FIGURE 117. CONFIGURATION DE LA SIMULATION	179
FIGURE 118. RAFFINEMENT DU MAILLAGE AU VOISINAGE DES PAROIS	179
FIGURE 119. VARIATION MAXIMALE DE LA CONCENTRATION SOLIDE POUR UN PAS DE TEMPS	183
FIGURE 120. ORGANIGRAMME DU CALCUL EFFECTUÉ PAR LE LOGICIEL DE SIMULATION .	183
FIGURE 121. SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'AUGMENTATION DE LA FRACTION SOLIDE EN FONCTION DU TEMPS (GÉOMÉTRIE DEMI-BILLE)	184
FIGURE 122. SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'AUGMENTATION DE LA FRACTION SOLIDE EN FONCTION DU TEMPS (GÉOMÉTRIE D'UNE LAME DE RÂTEAU)	185

Liste des tableaux

TABLEAU 1. VITESSE DE DÉCANTATION EN FONCTION DU DIAMÈTRE DES PARTICULES	18
TABLEAU 2. DIFFÉRENTS COMPOSANTS CONSTITUANT LA BAUXITE [24]	19
TABLEAU 3. ORDRE DE GRANDEUR DE CERTAINES CONSTANTES DE PERMÉABILITÉ [59] ...	31
TABLEAU 4. TABLEAU DE LA FRACTION SOLIDE (ESTIMÉE) EN FONCTION DE LA PROFONDEUR DANS LE LIT DE BOUE (Z)	91
TABLEAU 5. CONTRAINTE DE CISAILLEMENT EN FONCTION DU TAUX DE CISAILLEMENT .	145
TABLEAU 6. SEUIL DE CISAILLEMENT EN FONCTION DE LA DENSITÉ.....	145
TABLEAU 7. VISCOSITÉ EN FONCTION DU TAUX DE CISAILLEMENT	147
TABLEAU 8. VALEURS DE DÉFORMATION POUR DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS DE ROTORS (1/2 BILLE) ET DE VITESSES DE ROTATION	159
TABLEAU 9. RÉCAPITULATIF DES ESSAIS AVEC LES DEMI-BILLES	167
TABLEAU 10. VALEURS DE DÉFORMATION POUR DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS DE ROTORS (BILLE PLEINE)	169
TABLEAU 11. RÉCAPITULATIF DES RÉSULTATS DU MONTAGE DE 6 LITRES	173

Chapitre 1 : Introduction, problématique et objectifs

1.1 Introduction

L'aluminium, un élément chimique de symbole Al et de numéro atomique 13, est un métal pauvre, malléable, de couleur argentée, qui est remarquable pour sa résistance à l'oxydation et sa faible densité. C'est le métal le plus abondant de l'écorce terrestre et le troisième élément le plus abondant après l'oxygène et le silicium. Il représente, en moyenne, 8 % de la masse des matériaux de la surface solide de notre planète. L'aluminium est trop réactif pour exister à l'état natif dans le milieu naturel : on le trouve, au contraire, sous forme combinée dans plus de 270 minéraux différents, le composé minéral principal est la bauxite, où il est présent sous forme d'oxyde hydraté [12,24,25].

Ce métal est très utilisé à l'échelle mondiale. Il est obtenu à partir d'une longue série d'étapes. Cette série est divisée en deux procédés majeurs : le procédé Bayer, inventé par Karl-Joseph Bayer en 1887, et le procédé Hall-Héroult, inventé simultanément par Paul Héroult en France et Charles Martin Hall aux États-Unis en 1886. Le procédé Hall-Héroult a été perfectionné de multiples fois afin d'économiser l'énergie électrique nécessaire à sa réalisation. L'améliorer encore requiert des efforts importants et les gains obtenus sont de moins en moins significatifs. Le procédé Bayer, quant à lui, a subi peu de modifications majeures permettant d'améliorer son efficacité depuis sa création. Depuis peu, dû à la demande croissante d'aluminium, de nouvelles technologies qui pourraient permettre une amélioration du procédé Bayer sont envisagées [26].

La première étape du procédé Bayer est la broyage. Celle-ci consiste d'abord à broyer la bauxite en fines particules et à mélanger ces particules à une solution de soude caustique, appelée liqueur Bayer. Ce mélange donne une pulpe épaisse. Cette pulpe est alors dirigée vers des autoclaves à l'intérieur desquels l'alumine contenue dans la bauxite est solubilisée dans la liqueur Bayer à température et pression élevées. La liqueur se concentre ainsi en aluminate dissous, alors que les résidus d'oxyde de fer, de titane et de silice restent à l'état solide. Ces résidus sont appelés boue rouge et sont composés de particules en suspension ayant une taille se situant entre 1 et 10 microns et possiblement de sable [24]. La boue rouge est ensuite séparée de la liqueur Bayer contenant l'aluminate au cours de la troisième étape du procédé Bayer, la clarification. L'étape de clarification est une étape de séparation solide-liquide effectuée par décantation sous l'effet de la gravité. Elle consiste en la sédimentation des particules à l'intérieur de grands réservoirs appelé décanteur. Dans le processus de décantation sous gravité, la liqueur clarifiée s'écoule par une surverse dans la partie supérieure du décanteur alors que la boue rouge sédimentée est évacuée à la sousverse dans le bas du réservoir. La séparation solide-liquide entre la boue et la liqueur Bayer est accélérée par l'ajout de flocculants, qui ont pour effet d'agglomérer les particules de boue rouge et d'en augmenter la vitesse de sédimentation. Les floccs, ou agglomérats, sédimentent plus ou moins rapidement selon leur taille. L'accumulation des couches successives de floccs dans la partie inférieure du décanteur forme la boue. Cette boue est ensuite lavée avant d'être acheminée aux sites de disposition. Le processus de lavage de la boue comprend plusieurs décanteurs en série où la boue circule à contre-courant de la liqueur.

La liqueur de surverse contenant l'aluminate en solution est filtrée afin de retirer les fines matières solides résiduelles très fines en suspension. Puis, elle est refroidie et mélangée à une amorce d'hydrate solide, ce qui marque le début de la quatrième étape du procédé, la précipitation. L'amorce permet à l'hydrate d'alumine ($\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$) de précipiter sous forme de cristaux. Ces cristaux sont ensuite filtrés et acheminés à l'étape de la calcination. Cette étape permet de retirer les molécules d'eau contenues dans les cristaux. L'alumine anhydre (Al_2O_3) est finalement obtenue sous forme d'une fine poudre blanche.

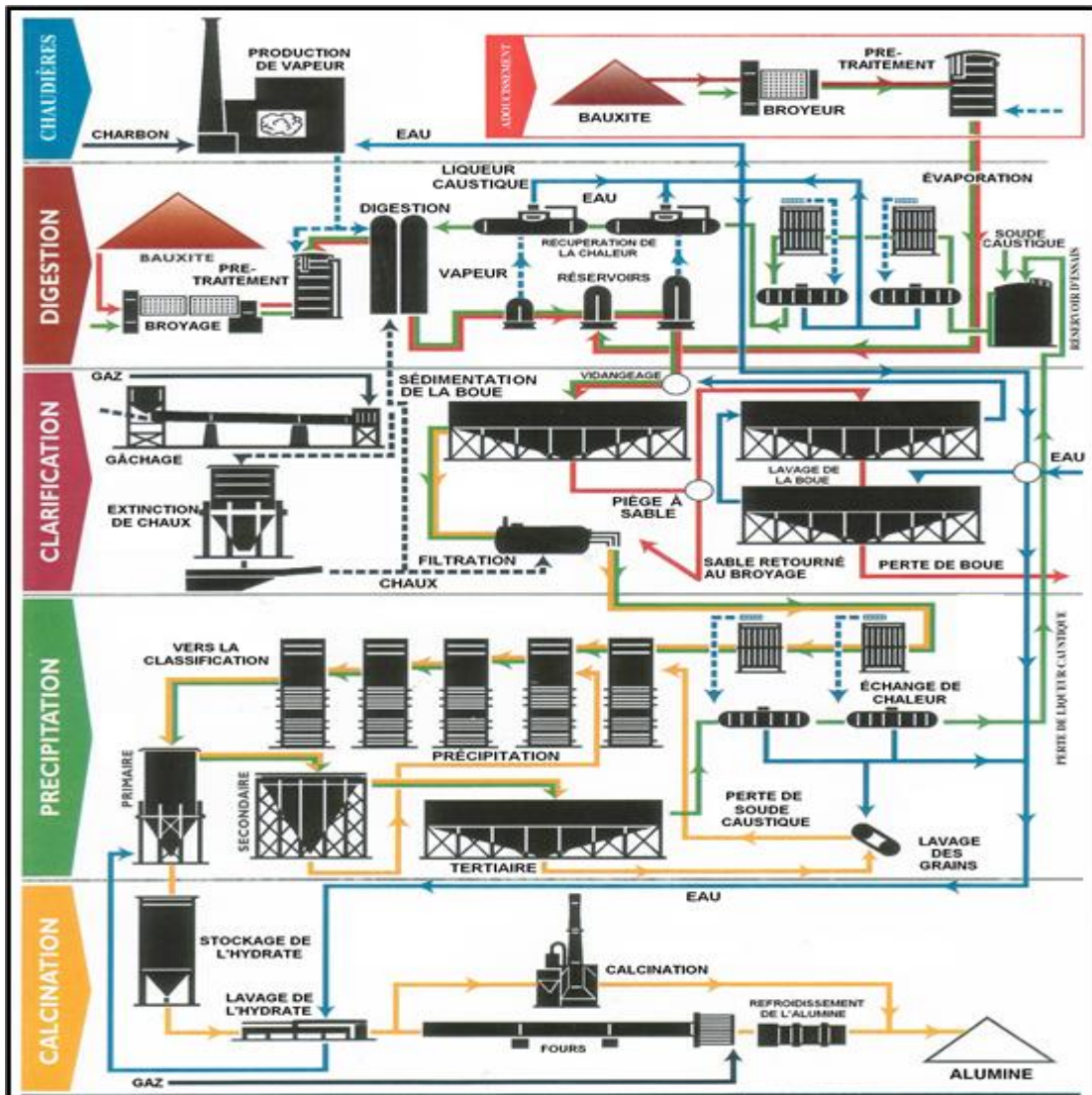


Figure 1. Procédé Bayer

Typiquement, pour produire une tonne d'aluminium, le procédé Hall-Héroult utilise deux tonnes d'alumine et le procédé Bayer environ quatre à cinq tonnes de bauxite. Le procédé Bayer génère donc environ autant de résidus (boue rouge) que d'alumine, ce qui implique qu'il est essentiel de l'optimiser afin de diminuer les coûts de production.

Rio Tinto est un des principaux fournisseurs d'aluminium dans le monde. L'entreprise produit près de quatre millions de tonnes d'aluminium par année [24]. Ce projet de

recherche répond à une demande de Rio Tinto afin d'améliorer l'étape d'épaississement du procédé. Cette entreprise recherche l'excellence à tous les niveaux, ce qui implique qu'elle est en constante recherche de nouvelles technologies pouvant perfectionner la production, diminuer les impacts sur l'environnement et augmenter la qualité de vie de ses employés.

1.2. Problématique

De nos jours, les normes environnementales dictées par les gouvernements sont de plus en plus sévères : ce qui force la grande industrie à s'adapter afin de répondre à ces normes. En effet, dans le cas de la production de l'alumine, une des préoccupations majeures est la gestion des résidus solides générés par le procédé Bayer. Au fil des années, la qualité de la bauxite disponible diminue et la quantité de rejet est en constante augmentation, d'où l'importance d'accroître la siccité des résidus solides qui sont acheminés vers les sites de disposition.

Dans le procédé Bayer, l'utilisation d'une série de décanteurs, permet de séparer les résidus solides de l'aluminate et permet de minimiser les pertes d'aluminate vers les sites de disposition. Chaque décanteur est un immense réservoir muni d'un système de raclage qui est entraîné par une motorisation fixée au sommet de celui-ci. Le râteau a principalement deux rôles : le compactage des résidus et le déplacement radial de ceux-ci vers le puits de décharge situé dans la partie inférieure du décanteur. Le dernier décanteur, appelé épaisseur profond prépare le résidu pour la disposition. Le compactage est un phénomène important dans l'épaisseur. Peu de recherches ont été réalisées sur la compréhension des phénomènes permettant la séparation solide-liquide induite par le

râteau. Le présent projet d'étude soumet l'hypothèse que la déformation de la boue engendrée par la rotation du râteau est responsable du compactage par celui-ci.

1.3 Objectif

L'objectif principal consiste à concevoir un modèle mathématique simplifié demeurant réaliste de l'épaississement de la boue rouge par cisaillement. Dans le but de disposer de cet outil de calcul permettant de simuler et de prévoir l'épaississement produit par un équipement de raclage installé dans un décanteur, deux objectifs spécifiques permettront de réaliser cet objectif général.

1.3.1 Objectif spécifique 1

- Obtenir expérimentalement une équation semi-empirique qui relie l'épaississement de la boue à la déformation qu'elle subit.

Les activités suivantes permettront d'atteindre cet objectif

- Concevoir un montage expérimental pour déformer un lit de boue par cisaillement tout en permettant de mesurer la déformation de la boue.
- Mettre au point une méthode de mesure de la déformation de la boue.
- Effectuer les essais expérimentaux pour associer la déformation de la boue à l'augmentation de la fraction solide résultante.
- Obtenir une équation semi-empirique résumant les résultats de ces essais expérimentaux.
- Proposer une identification des constantes empiriques avec différentes propriétés rhéologiques de la boue.

1.3.2 Objectif spécifique 2

- Simuler numériquement l'épaississement de la boue produit par un système de raclage dans le montage expérimental.

Les activités suivantes permettent de réaliser cet objectif

- Utiliser le logiciel de simulation ANSYS-Fluent pour calculer le champ de vitesse de la boue dans le montage expérimental.
- Calculer la déformation de la boue à partir du champ de vitesse.
- Incorporer l'équation semi-empirique permettant de calculer l'épaississement de la boue par un rotor.

Chapitre 2 : Revue des travaux antérieurs et originalité de la thèse

2.1 Revue des travaux antérieurs

Afin d'optimiser le processus de séparation solide-liquide, il est important de connaître les facteurs responsables de ce phénomène. Il existe deux mécanismes majeurs responsables de l'épaississement de la boue : la consolidation par tassement, exercée par la gravité et par le râteau, et la consolidation par cisaillement ne pouvant être exercée que par le râteau. Enfin, le comportement rhéologique de la boue détermine sa réponse aux mécanismes d'épaississement.

Une des premières méthodes de mesure des caractéristiques de sédimentation de suspension solide/liquide est due aux travaux de Coe et Clevenger [34]. Ils ont observé la présence de deux régimes de sédimentation : soit la sédimentation libre, où la vitesse de sédimentation dépend surtout de la taille, la forme et la densité de la particule et la sédimentation retardée, où la vitesse de sédimentation dépend surtout de la concentration solide. Coe et Clevenger [34] ont observé quatre régions dans un décanteur, telles qu'illustrées à la Figure 2, et conclurent que sa capacité de sédimentation est limitée par le flux de la région de sédimentation B. En fait, leur théorie n'est valide que pour des suspensions idéales, généralement faiblement floculées, [35].

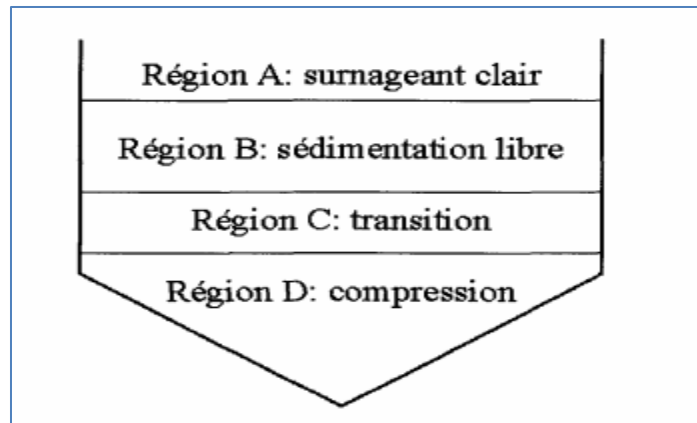


Figure 2. Les zones de sédimentation dans un épaisseur

Kynch [33] développa un modèle basé sur la dépendance de la vitesse de sédimentation sur la concentration en solide. Pour ce faire, il étudia des suspensions de particules rigides, sans contact. Il généralisa le concept de la courbe de flux massique des essais de sédimentation en cylindre. Kynch [33] proposa que les régions de concentration constante se propagent à vitesse constante verticalement vers le haut à partir de la base du cylindre de sédimentation. Par un bilan de masse d'une couche de suspension sédimentant, il a montré que la vitesse de sédimentation est reliée à la variation de flux avec la concentration dans la même couche :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial C} \quad (2.1)$$

où

[h] est la hauteur de la région de concentration (m),

[G] est le flux massique dans cette région (kg/m^2s),

[C] la concentration en solide (kg/m^3),

[t] est le temps (s).

Ainsi, les caractéristiques de sédimentation peuvent être analysées à l'aide d'un simple essai en cylindre.

2.2 Flocculation

La floculation permet d'accélérer la sédimentation de petites particules en dispersant un agent flocculant dans la suspension. Dans le cas de la boue rouge, l'agent flocculant est une longue chaîne d'un polymère qui permet la formation de ponts ou de séries de ponts entre les particules. La formation de ces ponts résulte d'interactions entre les groupements attachés à la chaîne de polymères et les particules en suspension. Une partie de la chaîne de polymères est d'abord adsorbée sur une particule et le reste de la chaîne demeure disponible pour lier d'autres particules. Les liens interparticulaires augmentent la taille des floccs afin qu'ils puissent sédimenter plus rapidement. [8]. Une boue flocculée aurait un comportement rhéologique très différent d'un fluide newtonien [29]. En effet, son

comportement serait plutôt celui d'un fluide rhéofluidifiant avec retard. Ce retard est dû à une barrière d'énergie à surmonter afin que le fluide puisse s'écouler. Lorsque le fluide subit une contrainte de cisaillement inférieure au seuil qui correspond à cette barrière, son comportement est semblable à celui d'un solide.

2.3 Effet de la gravité sur la séparation solide-liquide

La boue se compacte naturellement sous l'action de la gravité [1,47,48,49,51]. Cette compaction est due au tassement des roches et sédiments. L'utilisation d'un agent flocculant accélère la décantation. Meade [4] énumère plusieurs facteurs qui influencent la vitesse de compaction : la présence d'un agent flocculant, la grosseur des particules initiales, la composition minérale, la quantité d'eau de la suspension ainsi que la vitesse de sédimentation des particules. Une diminution du diamètre des particules entraîne une meilleure compaction. Ferland *et al* [7] ont développé un appareil permettant d'étudier l'effet de différents paramètres, tels que la floculation et l'agitation sur la vitesse de sédimentation. Les travaux de Péloquin [35] nous proposent un modèle mathématique décrivant la décantation de la boue rouge. Finalement, les travaux Gustavsson *et al* [6] nous démontrent que la compression d'une suspension est irréversible, c'est-à-dire que si une suspension est compressée, elle le demeurera : le réaménagement de la structure est permanent.

2.4 Les râpeaux

Les râpeaux placés à l'intérieur des décanteurs de boue rouge ont deux fonctions principales : ils permettent d'augmenter le compactage de la boue et favoriser son déplacement vers le puits de décharge [10,16,17]. Un râpeau efficace permet d'augmenter le taux de compactage dans la zone de compaction d'un décanteur afin d'obtenir une valeur de fraction solide élevée à la sousverse. Le couple nécessaire à la rotation du râpeau est également un point important : un râpeau efficace effectuera son travail tout en développant un couple aussi bas que possible. Une grande quantité de contrainte parallèle et de cisaillement sera induite dans la boue par le râpeau augmentant ainsi la fraction solide [40,58].

2.5 Contrainte de cisaillement

La contrainte de cisaillement est la contrainte majoritairement responsable de la compaction lors de l'emploi de vis ou de râpeau. Il est donc possible de transporter du matériel tout en compactant légèrement celui-ci [2].

Dans le domaine de la séparation solide-liquide des boues rouges, l'action de la vis ou du râpeau applique une contrainte de cisaillement à cette boue. La contrainte de cisaillement se définit comme étant une force agissant parallèlement à la surface d'un élément de fluide et produisant une variation de la vitesse d'écoulement normale à cette surface (voir Figure 3). La contrainte de cisaillement peut être calculée par l'équation suivante :

$$\tau = -\mu \frac{dU}{dy} \quad (2.2)$$

où

τ est la contrainte de cisaillement (Pa),

μ est la viscosité dynamique en (Pa·s),

$\frac{dU}{dy}$ est le gradient de la composante U de la vitesse dans la direction y. (s^{-1})

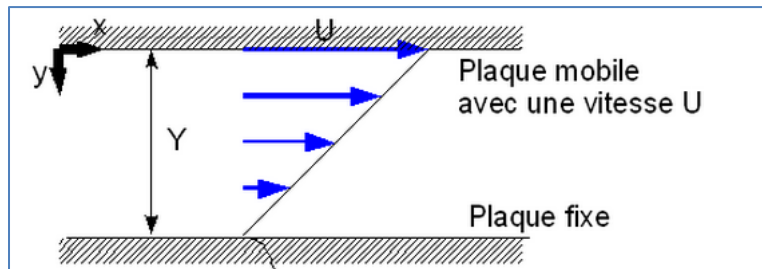


Figure 3. Déformation due au cisaillement entre deux plaques

La contrainte de cisaillement augmente la fraction solide à la sousverse de l'épaisseur à condition qu'elle soit faible [9,14]. Selon les travaux de Ömerci [15], la contrainte de cisaillement a une influence sur le couple de la motorisation nécessaire à l'entraînement du râteau. Le cisaillement permet de détruire ou tout au moins affaiblir les liaisons chimiques des floes, ce qui diminue le couple requis à l'entraînement du râteau puisque le fluide offre moins de résistance au mouvement.

Il est clair que le cisaillement aide à la compaction [5,37]. Cependant, une trop grande contrainte de cisaillement entraîne des problèmes sur la motorisation. Il est également à noter qu'une contrainte de cisaillement trop accentuée aura comme conséquence de

n'apporter aucun gain à la compaction et même de nuire (phénomène de réhomogénéisation). Il est donc important de déterminer le cisaillement idéal nécessaire dans le système de décantation employé. Le cisaillement peut être augmenté de deux manières, soit par l'augmentation de la vitesse de rotation ou soit par l'ajout de structures métalliques en contact avec le fluide. Dans les deux cas, la puissance nécessaire à l'entraînement du râteau sera plus grande.

2.6 Originalité de la thèse doctorale

Plusieurs études mathématiques et numériques ont été effectuées afin de calculer la concentration solide finale à la sortie d'un décanteur, [22,53,54,55,57] proposent un code en simulation dynamique permettant de simuler le lit de boue d'un décanteur en différentes couches. Chacune des couches est calculée à partir de la précédente. D'autres concentrent leurs études numériques sur le transport effectué dans l'unité de décantation, [18,19,23,43,52]. Ces types de modèle ne tiennent pas en compte l'effet d'épaississement du râteau. Usher [40] proposent un modèle prédictif de l'efficacité d'un épaisseur à l'aide d'une approche semi-empirique ne tenant compte que de la pression exercée par la gravité sans pour autant tenir compte des phénomènes de cisaillement présent dû au passage du système de raclage. D'autres, tels Sutalo *et al* [20], ont effectué des analyses CFD afin de comprendre et de prédire le transport effectué par le râteau pour finalement corréler l'efficacité de ce transport à la fraction solide finale du décanteur. Finalement quelques études permettent d'évaluer l'efficacité d'un râteau en n'évaluant que les paramètres moyens induits dans la boue par celui-ci, tel que le couple à l'arbre de

transmission et la somme des forces exercées par ses lames [56,60]. À ce jour, aucune recherche répertoriée n'identifie le facteur majeur en cause dans l'épaississement de la boue dû au cisaillement du râteau.

Ces articles établissent généralement une corrélation entre la fraction solide se retrouvant à la sousverse du décanteur et le couple du râteau. Ils ne s'attardent cependant pas sur le mécanisme de compaction lui-même.

La présente thèse de doctorat aborde le problème d'une autre manière. Nous nous intéressons au phénomène de séparation solide-liquide engendré par chaque structure métallique du système de raclage. La simulation numérique permettra d'évaluer les vitesses et pressions en tous points dans la zone d'épaississement du décanteur. À partir du champ de vitesse, il sera possible d'extraire les déformations liées au cisaillement appliqué sur le volume de boue. Ces gradients de déformation et la relation semi-empirique qui est développée dans notre étude permettent de calculer l'épaississement de la boue. Cet outil permet avant tout de mieux comprendre le phénomène de la séparation solide-liquide engendré par la vitesse d'un râteau.

Chapitre 3 : Théorie

3.1 Introduction

Dans l'industrie minière, les procédés de séparation solide-liquide sont omniprésents. La majorité des minerais ne se retrouve pas à l'état pur dans la nature. Il faut donc employer diverses techniques afin de séparer la partie minerai de la partie résidus. Pour ce faire, plusieurs techniques peuvent être employées dépendamment de la nature du minerai et du résultat escompté. Une technique courante dans l'industrie de l'aluminium est de solubiliser les particules d'alumine présente dans la bauxite dans une solution de soude de caustique. La solution est ensuite séparée de la partie solide afin de ne conserver que le solvant et le soluté. Il existe quatre méthodes afin de séparer le solide du liquide : soit la décantation, la filtration, la flottation et la centrifugation.

3.2 Différentes méthodes de séparation solide-liquide

Une des premières étapes est d'identifier la méthode de séparation solide-liquide la plus indiquée compte tenu de la nature des particules, des équipements disponibles et des coûts engendrés par cette méthode. La Figure 4, tirée de Svarovsky [11,27,28], illustre les différentes méthodes employées dans l'industrie minière afin de séparer le fluide des particules solides. La séparation magnétique et électrocinétique sont cependant très rarement employées dans l'industrie minière.

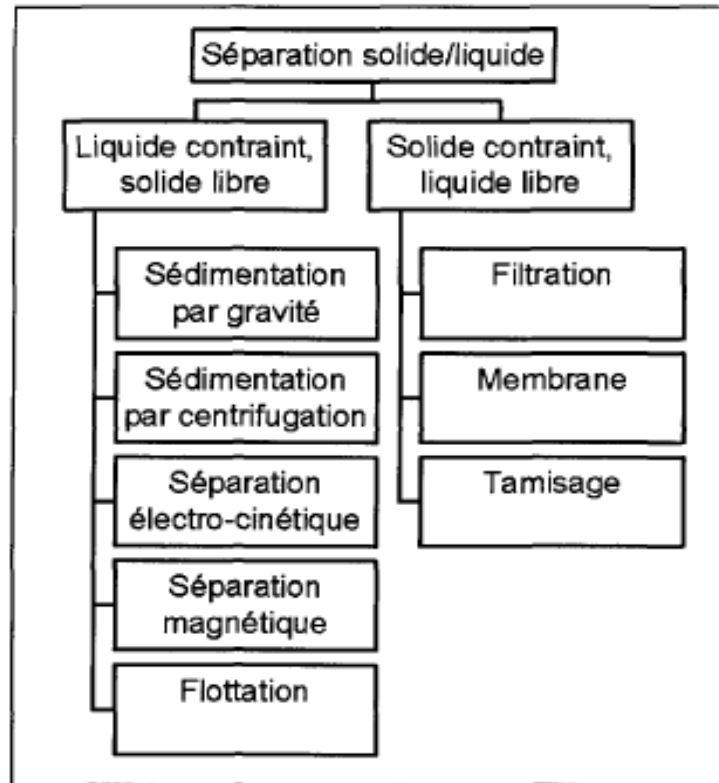


Figure 4. Différentes techniques de séparation solide-liquide

La séparation peut être effectuée soit en extrayant le solide du liquide ou soit en extrayant le liquide du solide. Dans le premier cas, on dit que le liquide est contraint et que le solide est libre et les techniques usuelles associées sont la sédimentation, la centrifugation et la flottation. Pour ces techniques, les densités du liquide et du solide doivent être différentes. Dans le deuxième cas, on dit que le liquide est libre et que le solide est contraint et les techniques usuelles associées sont la filtration et le tamassage. Dans ces techniques la taille des particules doit être supérieure à une taille critique.

3.3 Sédimentation

La sédimentation consiste à tirer profit de la différence de densité entre le solide et le liquide. Elle est causée par l'action d'une force de corps comme la gravité. Le solide plus lourd que le liquide tend à se diriger vers le bas tandis que le liquide remonte à la surface.

3.4 Caractérisation des particules solides

Toutes particules ayant une densité plus grande que le liquide environnant tendront à descendre. Cependant la taille des particules, leurs formes ainsi que leurs propriétés de surface auront un impact sur la vitesse de décantation. Le Tableau 1, extrait du mémoire de Gravel [41] démontre que la taille des particules à une grande influence sur la vitesse de décantation de celle-ci.

Tableau 1. Vitesse de décantation en fonction du diamètre des particules

Diamètre des particules ,mm	Ordre de grandeur	Aire surfacique totale¹	Temps nécessaire à la décantation²
10	Gravier	3,14 cm ²	0,3 s
1	Sable grossier	31,4 cm ²	3 s
0,1	Sable fin	314 cm ²	38 s
0,01	limon	0,314 m ²	33 min
0,001	bactérie	3,14 m ²	55 h
0,0001	Particules colloïdales	31,4m ²	230 j
0,00001	Particules colloïdales	314 m ²	6,3 ans
0,000001	Particules colloïdales	3140 m ²	63 ans

¹ Surface correspondant à une particule de 10 mm de diamètre avec une gravité spécifique de 2,65

² Calculs basés sur une sphère avec gravité spécifique de 2,65 à sédimenter sur 1 pied

3.5 La bauxite

La bauxite est une roche sédimentaire retrouvée dans différents pays à l'état naturel. Dépendamment de sa provenance, sa composition minéralogique change, le Tableau 2 énumère les principaux éléments se retrouvant généralement dans la bauxite ainsi que leurs proportions.

Tableau 2. Différents composants constituant la bauxite [24]

Elément	Quantité	Composition minéralogique
Alumine	Al_2O_3 : de 35 à 65 %	Hydrargillite $\text{Al}(\text{OH})_3$ Boehmite AlOOH Diaspore AlOOH Goéthite substitué
Silice	SiO_2 : de 0,5 à 10 %	Quartz Kaolinite Opal
Oxyde de Fer	Fe_2O_3 : de 2 à 30 %	Goéthite Hématite Siderite
Titane	TiO_2 : de 0,5 à 8%	Anastase Rutile
Oxyde de Calcium	CaO : de 0 à 55 %	Calcite Dolomie Magnésite

La bauxite est d'abord broyée en fines particules (1 micron à 10 microns) puis mélangées à un solvant de soude de caustique afin de solubiliser l'alumine. Tout ce qui n'est pas solubilisé dans la solution de soude de caustique constitue un résidu qui doit être séparé de la solution liquide contenant l'alumine.

Les résidus sont appelés boue rouge et sont généralement composés de particules variant entre 1 et 10 microns. Puisque la densité de la boue rouge ($\sim 3300 \frac{kg}{m^3}$), est très différente de celle de la liqueur de caustique ($\sim 1040 \frac{kg}{m^3}$), il est possible d'effectuer une séparation par sédimentation [44,45].

Il existe deux types de sédimentation : la sédimentation libre et la sédimentation retardée.

3.6 Sédimentation libre

La loi de Stokes, pour les particules sphériques en sédimentation libre avec un nombre de Reynolds inférieur à 1, est la suivante :

$$v_s = \frac{g}{18\mu}(\rho_p - \rho_f)d^2 \quad (3.1)$$

où

v_s est la vitesse de sédimentation de la particule (m/s),

g est l'accélération gravitationnelle (m/s^2),

μ est la viscosité dynamique du fluide (Pa·s),

ρ_p est la densité de la particule (kg/m^3),

ρ_f est la densité du fluide (kg/m^3),

d est le diamètre de la particule (m).

La sédimentation libre se fait sans ajout de flocculant dans une suspension à basse concentration. Dans cette suspension, comme il y a peu de particules, chaque particule solide peut sédimenter sans interagir avec les autres particules solides. Sa vitesse de sédimentation est donc indépendante des autres particules et est seulement fonction des caractéristiques de la particule et des propriétés du fluide dans lequel elle sédimente. Les forces agissant sur la particule sont la force gravitationnelle (F_g), la force de flottabilité (F_b), ainsi que la force de friction avec le fluide (F_f). Ces forces sont représentées sur la Figure 5.

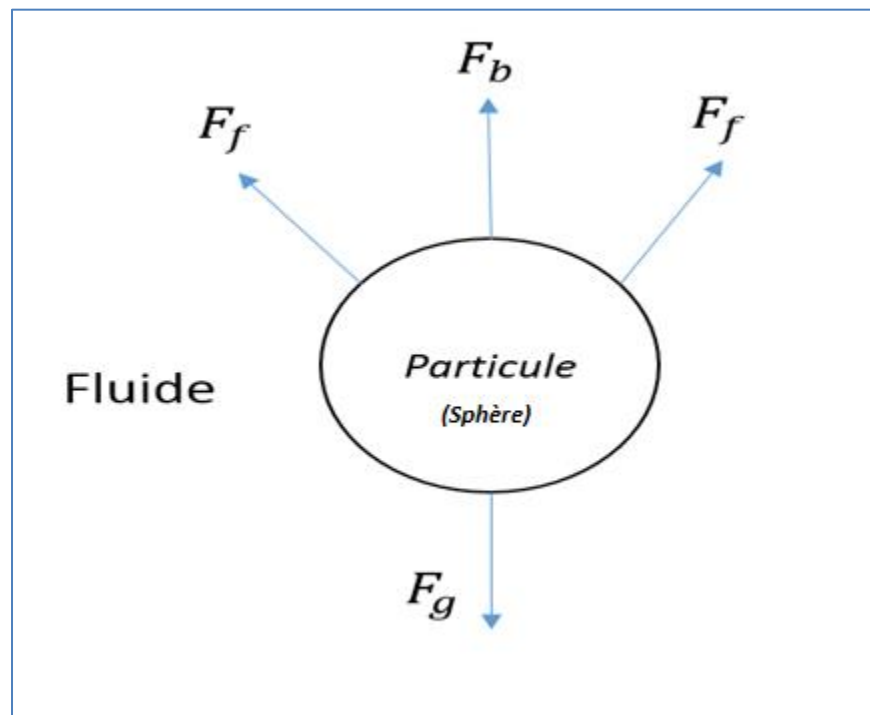


Figure 5. Différentes forces agissant sur une particule

En appliquant la seconde loi du mouvement de Newton, il est possible d'obtenir l'équation générale du mouvement d'une particule solide dans un fluide qui est régie par le bilan des forces agissant sur la particule :

$$m \cdot dv_s/dt = F_g - F_b - F_f \quad (3.2)$$

où m est la masse de la particule (kg) et t est le temps (s).

Lorsqu'une particule est immergée dans un fluide, la particule accélère jusqu'à ce que les forces de friction et de flottabilité exercées par le fluide égalent la force gravitationnelle. L'accélération de celle-ci devient alors nulle et sa vitesse de sédimentation atteint sa valeur terminale.

$$0 = F_g - F_b - F_f \quad (3.3)$$

La force de gravité est donnée par :

$$F_g = \rho_p \cdot V_p \cdot g \quad (3.4)$$

où

V_p est le volume de la particule (m³).

Ensuite, la force de flottabilité est donnée par :

$$F_b = \rho_f \cdot V_p \cdot g \quad (3.5)$$

La force de friction est donnée par :

$$F_f = \frac{1}{2} (C_d \cdot A_p \cdot \rho_f \cdot v_s^2) \quad (3.6)$$

où C_d est le coefficient de traînée et A_p est l'aire projetée de la particule dans la direction de l'écoulement (m^2). Le coefficient de traînée est fonction du nombre de Reynolds et de la forme de la particule.

Dans le cas qui nous intéresse, le nombre de Reynolds est inférieur à 1, et dans ce cas, le coefficient de traînée peut être approximé par $C_d \approx 24/Re$. Le nombre de Reynolds pour ce fluide est défini par :

$$Re = \frac{d \rho_f v_s}{\mu} \quad (3.7)$$

En substituant les équations 3.4, 3.5, 3.6 et 3.7 dans l'équation (3.2), la vitesse de sédimentation de la particule devient :

$$v_s = \frac{d (\rho_p - \rho_f) \cdot V_p \cdot g}{12 \cdot \mu \cdot A_p} \quad (3.8)$$

Pour une particule sphérique de diamètre d , le volume et l'aire de la particule sont :

$$V_p = \frac{\pi d^3}{6} \quad (3.9)$$

$$A_p = \frac{\pi d^2}{4} \quad (3.10)$$

En remplaçant V_p et A_p dans l'équation 3.8, on obtient finalement la loi de Stokes appliquée aux particules sphériques.

$$v_s = \frac{g}{18\mu} (\rho_p - \rho_f) d^2 \quad (3.11)$$

3.7 Sédimentation retardée

Lorsque la concentration de particules devient suffisamment élevée, les particules ne sédimentent plus de manière individuelle, mais en groupe : c'est-à-dire que les particules interagissent entre-elles. Dans un test de sédimentation en cylindre à concentration suffisamment élevée, on remarque une démarcation entre un surnageant liquide clair et une suspension turbide. La Figure 6 illustre les diverses phases de sédimentation.

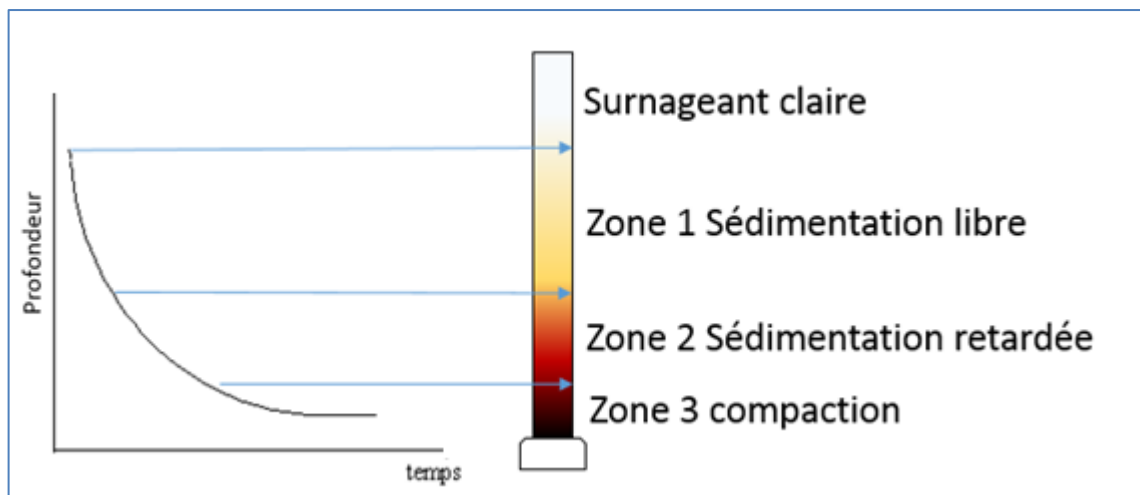


Figure 6. Courbe de Kynch [33]

La zone 1 représente la zone de sédimentation libre, là où les particules sédimentent individuellement. La zone 2 représente la zone de sédimentation retardée là où la vitesse de sédimentation des particules est affectée par la proximité d'autres particules. La zone 3 est la zone de compaction, là où la densité des particules est la plus dense et où s'accumulent les particules par couches successives. Chaque zone identifiée représente un régime différent de sédimentation. La théorie de Kynch [33] décrit les différents régimes

de sédimentation agissant dans un test en cylindre. Cette théorie suppose que la vitesse de sédimentation d'une couche de particules est uniquement fonction de sa concentration solide. Ainsi le flux particulaire à une profondeur donnée dans le cylindre est

$$G^i = v_s \cdot C \quad (3.12)$$

où

G^i est le flux massique des particules (kg/m^2_s),

v_s est la vitesse de sédimentation de la couche de particules (m/s),

C est la concentration solide de cette couche (kg/m^3).

3.8 Sédimentation floculée

Lorsque les particules en suspension dans un fluide sont trop petites ou pas suffisamment denses pour décanter naturellement en un temps raisonnable, il est possible de recourir à une technique appelée floculation. La floculation consiste à injecter dans une suspension un agent composé de polymères à longue chaîne portant de nombreux groupes chargés. Au pH de la liqueur Bayer, la charge superficielle des particules est négative, les parties positives de la chaîne de polymère se lient aux particules, formant des floccs. Ces floccs se lient ensuite entre eux, formant des agglomérats plus gros sédimentant rapidement. La boue étant composée de particules ayant un diamètre moyen de 7 microns [24], la floculation est

nécessaire pour pouvoir la sédimenter dans un temps acceptable. La figure suivante illustre le phénomène de floculation.

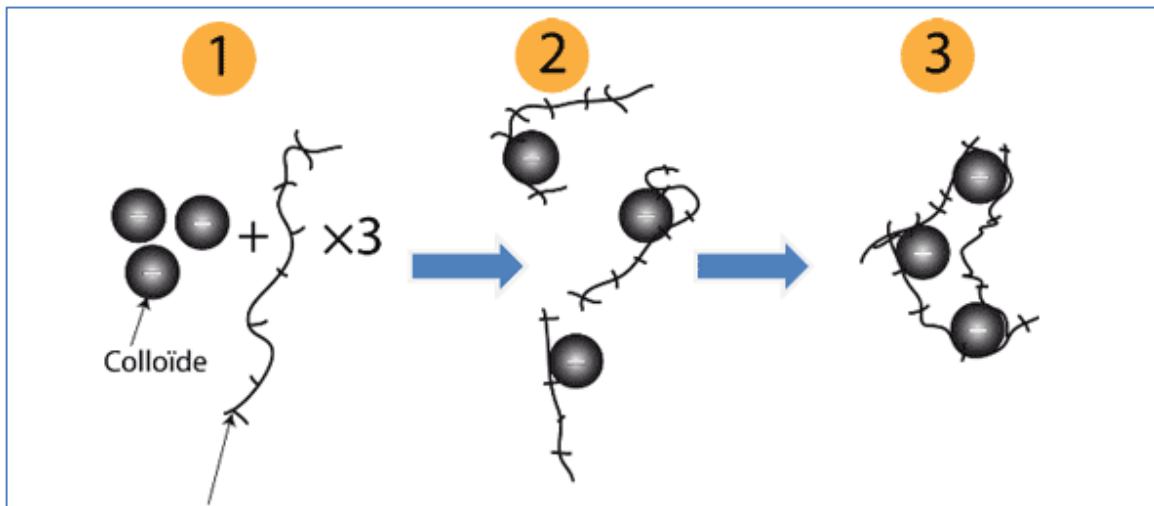


Figure 7. Principe de floculation

3.9 Flottation

La flottation est un procédé de séparation solide-liquide qui s'applique à des particules dont la masse volumique est inférieure à celle du liquide qui contient les particules se retrouvant à la surface de ce liquide ou dont la taille est très fine. On parle de flottation assistée lorsqu'on insuffle des bulles d'air au sein de la masse liquide pour permettre aux particules solides hydrophobes d'être entraînées vers la surface avec les bulles. Il est possible d'améliorer cette flottation en ajoutant un agent collecteur qui a pour but d'activer les surfaces des minéraux à extraire pour les rendre plus hydrophobes. Son efficacité est liée

au pH de la pulpe minérale et à sa concentration solide. Les particules sont ensuite retirées du liquide.

3.10 Tamisage

Cette méthode consiste à superposer des tamis possédant chacune des mailles calibrées d'une certaine dimension. On superpose les tamis par maille décroissante. Il est possible par la suite de procéder à des analyses granulométriques de chaque refus des tamis.

3.11 Centrifugation

Cette méthode est en fait une sédimentation où la force de gravité est remplacée par la force centrifuge d'un système de rotation. Les composants de plus grande densité se déposent au fond du bassin ou en périphérie du bol en rotation. Une vitesse de sédimentation élevée est déterminante quant à la rapidité et à l'efficacité du processus.

3.12 Filtration

Le but de la filtration est de séparer les constituants d'un mélange solide-liquide par passage à travers un milieu filtrant. On récupère après filtration soit le solide, soit le liquide. Il existe trois types de filtration.

La filtration par gravité: la suspension est soumise uniquement à sa pression hydrostatique. Le liquide passe à travers le support filtrant, qui peut être du sable ou un autre médium filtrant, tandis que le solide est récupéré sur le support filtrant.

La filtration par surpression: la suspension est acheminée sur le filtre à pression élevée.

La filtration sous pression réduite: la suspension est soumise d'un côté du filtre à la pression hydrostatique, et de l'autre côté, où sort le filtrat, à une dépression réalisée grâce à une pompe à vide lors du passage d'une suspension à travers un milieu filtrant. Le fluide circule à travers les pores tandis que les particules sont arrêtées en surface du filtre. En s'accumulant, ces dernières forment un second milieu filtrant, appelé gâteau, pour les particules subséquentes. Le gâteau croît en épaisseur pendant la filtration et sa perméabilité diminue, entraînant une diminution du taux de filtration.

3.13 Écoulement au travers d'une membrane perméable

La loi de Darcy [59] décrit l'écoulement d'un liquide à travers une membrane poreuse :

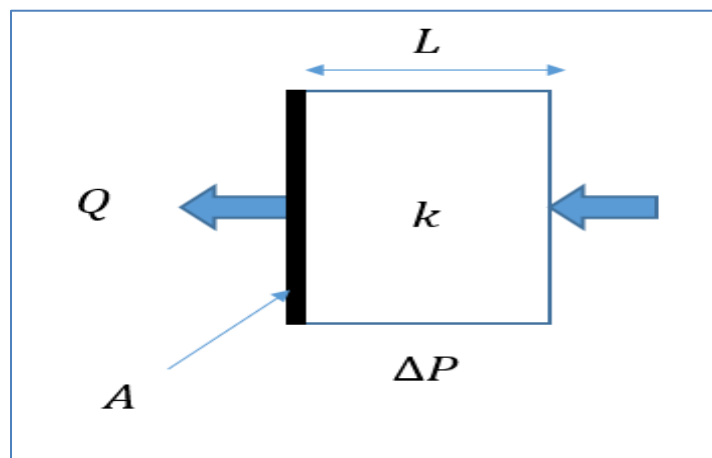


Figure 8. Écoulement au travers d'un milieu poreux

$$Q = \frac{kA\Delta P}{\mu L} \quad (3.13)$$

où

Q est le débit volumique à travers la membrane poreuse (m^3/s),

k est le coefficient de perméabilité de la membrane poreuse (m^2),

A est la surface de la membrane (m^2),

L est l'épaisseur de la membrane (m),

μ est la viscosité dynamique du fluide qui s'écoule à travers la membrane ($\text{Pa} \cdot \text{s}$),

ΔP est la perte de charge à travers la membrane (Pa).

L'expression $\frac{KA}{L}$ correspond au volume de liquide qui a traversé la membrane dans un temps $\frac{\mu}{\Delta P}$.

Le tableau suivant fournit à titre indicatif un ordre de grandeur du coefficient de perméabilité de certains milieux poreux.

Tableau 3. Ordre de grandeur de certaines constantes de perméabilité [59]

<i>Nature du sol</i>	<i>Ordre de grandeur de k en m²</i>	<i>Degré de perméabilité</i>
<i>Graviers moyens à gros</i>	10^{-3} à 10^{-1}	<i>Très élevé</i>
<i>Petits graviers, sable</i>	10^{-3} à 10^{-5}	<i>Assez élevé</i>
<i>Sable très fin, sable limoneux, loess</i>	10^{-5} à 10^{-7}	<i>faible</i>
<i>Limon compact, argile silteuse</i>	10^{-7} à 10^{-9}	<i>Très faible</i>
<i>Argile franche</i>	10^{-9} à 10^{-12}	<i>Pratiquement imperméable</i>

La loi de Darcy [59] modifiée décrit la filtration d'une suspension au travers d'une membrane. Dans ce cas le liquide de la suspension traverse la membrane filtrante et les particules de la suspension s'accumulent sur la membrane, formant un gâteau. Le gâteau agit lui-même comme un second filtre placé en série sur la membrane filtrante. Plus la filtration se poursuit, plus le gâteau s'épaissit jusqu'à devenir presque complètement étanche. L'équation de Darcy [59] modifiée est :

$$Q = \frac{A\Delta P}{\mu(R_c + R_f)} \quad (3.14)$$

où

R_c et R_f sont respectivement les résistances du gâteau et celle de la membrane filtrante (m⁻¹). La résistance à la filtration est reliée à l'épaisseur et la perméabilité du milieu filtrant par :

$$R = \frac{e}{k} \quad (3.15)$$

où

R est la résistance à la filtration (m^{-1})

e est l'épaisseur du milieu filtrant (m)

À nouveau, $\left[\frac{A}{R_c + R_f} \right]$ correspond au volume filtré dans un temps $\frac{\mu}{\Delta P}$.

3.14 Décanteur

Une méthode de séparation solide-liquide très répandue dans l'industrie minière est la sédimentation à l'aide d'un gros réservoir, appelé décanteur.

3.14.1 Décanteur horizontal

Ces appareils utilisent le procédé physique de séparation solide liquide, c'est-à-dire que les particules dont la densité est supérieure à l'eau s'accumulent au fond du décanteur sous l'effet de la pesanteur. L'eau clarifiée se situant à la surface est ensuite dirigée vers un filtre. La figure suivante illustre un décanteur horizontal simple



Figure 9. Décanteur horizontal standard [31]

Il existe également un autre type de décanteur horizontal [21,30,31,32], permettant de multiplier la surface de décantation tout en réduisant la grosseur de l'équipement. Ce type de décanteur est appelé décanteur lamellaire. Un exemple typique de décanteur lamellaire est illustré sur la figure suivante.

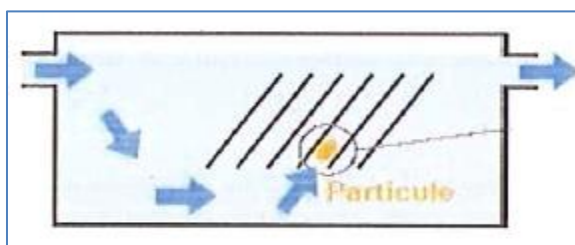


Figure 10. Décanteur horizontal lamellaire [31]

Ce décanteur permet une décantation plus rapide que le décanteur horizontal standard.

3.14.2 Décanteur vertical

L'objectif est d'accumuler au fond du réservoir une suspension à concentration solide élevée qui peut ensuite être soutirée par le puits de décharge à l'aide d'une pompe et d'obtenir dans le haut du réservoir un liquide surnageant plus clair. Certains décanteurs sont également équipés d'un râteau dans leur zone de compaction afin d'augmenter

l'efficacité de la séparation solide-liquide et d'assurer un meilleur transport de la boue vers le puits de décharge. La figure suivante illustre un décanteur typique pouvant être retrouvé dans l'industrie minière. Plusieurs configurations différentes peuvent être employées afin d'obtenir le résultat escompté. Certains de ces décanteurs seront employés à des fins de classification, d'autres seront employés à des fins de lavage et finalement certains sont employés à des fins d'épaississement.

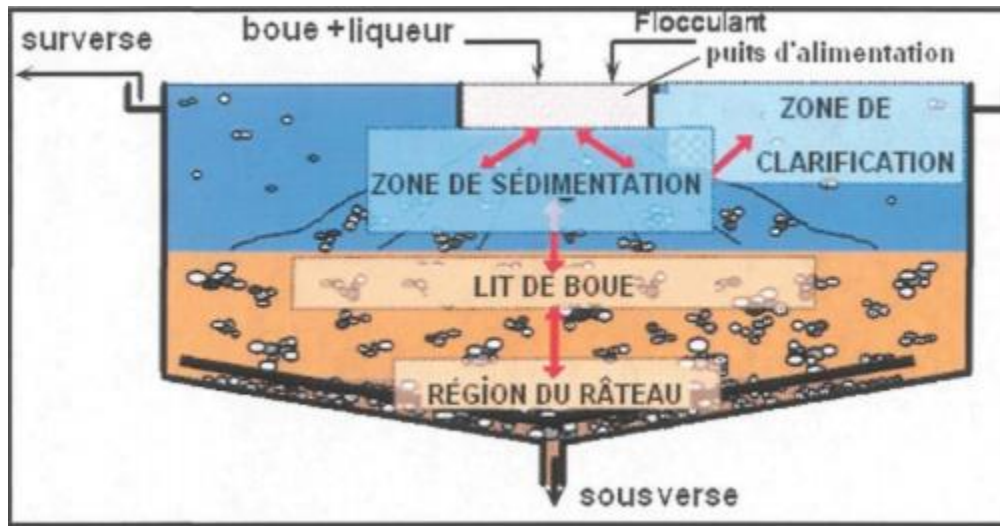


Figure 11. Décanteur vertical possédant un puits de décharge [31]

Tel que mentionné, l'intérieur d'un décanteur peut-être décomposé en trois zones, la zone de clarification, la zone de sédimentation et la zone de compaction (le lit de boue se retrouve dans cette zone) [31,36].

L'opération du décanteur est continue. Elle consiste à incorporer un agent flocculant à une pulpe d'extraction afin de faciliter la sédimentation des particules présentes dans celle-ci. Le mélange est ensuite libre de sédimenter dans la zone de sédimentation. La sédimentation se poursuit jusqu'à atteindre le lit de boue où cette dernière se compacte sous son propre

poids et sous l'action de râteau. Dans cette zone de compaction la boue est traitée comme un réseau de particules enchevêtré et non comme un fluide. La Figure 12 schématise les différentes zones d'opération transitionnelles retrouvées dans un décanteur typique.

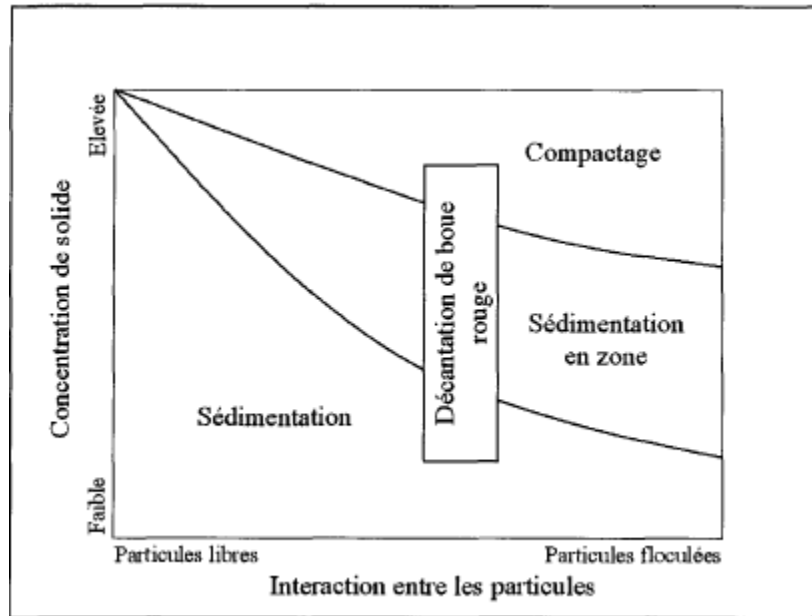


Figure 12. Zones d'opération d'un décanteur [46]

Cette compaction est accompagnée de l'ascension de la liqueur par percolation à travers le réseau de la boue. La compaction d'un décanteur peut être mesurée par la différence de la fraction solide obtenue au bas du décanteur par rapport à la fraction solide initiale. Finalement le taux de compaction d'un décanteur est défini comme la compaction du décanteur par unité de temps. Les équations ci-dessous définissent respectivement la fraction solide, la compaction et le taux de compaction [42].

$$X = \frac{\text{Masse de la boue sèche}}{\text{Masse totale de l'échantillon}} \cdot 100 \quad (3.16)$$

où

X est la fraction solide massique (% p/p).

$$\text{Variation de la compaction d'un décanteur} = (\% \frac{p}{p})_{\text{final}} - (\% \frac{p}{p})_{\text{initial}} \quad (3.17)$$

$$\text{Taux de compaction d'un décanteur} = \frac{\text{Compaction}}{\Delta t} \quad (3.18)$$

où la compaction est en (% p/p) et Δt est le temps requis pour atteindre la compaction (s).

3.15 Point de gel

Le point de gel correspond à la concentration minimale à partir de laquelle une suspension acquiert une structure. Cette structure est considérée comme un réseau et peut se soutenir. Ce réseau sera donc en mesure de supporter des charges compressives engendrées, par exemple, par la gravité. Ce réseau est dû aux interactions entre les particules. Dans le cas d'une boue floculée, cette structure est assurée par des ponts de flocculant liants entre elles les particules flocuées, appelées flocs. Au-dessus du point de gel, la propriété rhéologique de la suspension change. Un seuil de cisaillement apparaît alors et croît avec la fraction

solide. À haute fraction solide, ce seuil de cisaillement est tel que le comportement de la suspension ressemble de plus en plus à celui d'un solide [10][40].

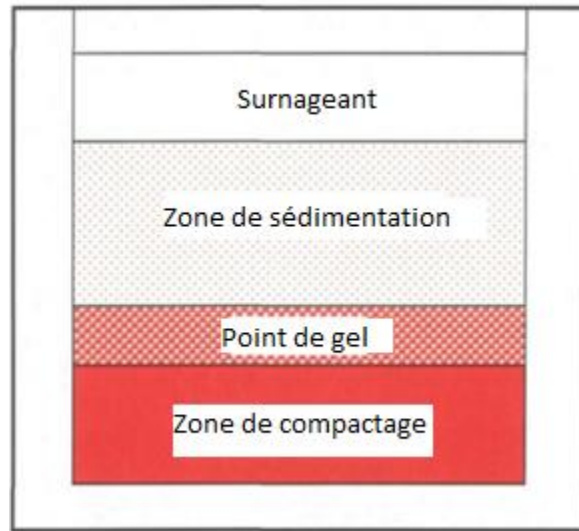


Figure 13. Emplacement du point de gel dans une suspension de boue flocculée

3.16 Force de compression

La gravité exerce une force de compression sur une suspension ayant une fraction solide supérieure au point de gel. Cette force augmente avec l'accumulation successive de couches de sédiment. Elle est en partie responsable de la percolation du liquide à travers le réseau de particules. La résistance à la compression d'une suspension flocculée est relativement grande due à la structure des flocs et aux liens entre ceux-ci. Ces liens limitent le réarrangement du réseau permettant au liquide emprisonné dans celui-ci d'être évacué. Une méthode simple proposée par Boivin [10] permet de mettre en évidence la résistance

à la compression d'une boue floculée. Deux cylindres gradués sont remplis. Après une semaine de repos, la fraction solide au fond de chaque cylindre est mesurée. La fraction solide de la boue non floculé est nettement supérieure à celle de la boue floculée pour les raisons mentionnées ci-haut. La charge que peut soutenir une suspension structurée est appelée la limite d'élasticité en compression.

Buscall *et al* [61] calculent à l'aide d'une centrifugeuse la limite d'élasticité en compression en observant une suspension sédimentant à une vitesse déterminée. Ils ont ensuite noté la hauteur à l'équilibre des sédiments. Suite à ces observations, ils ont progressivement augmenté l'accélération centrifuge. Ces essais ont permis d'obtenir la hauteur à l'équilibre des sédiments en fonction de l'accélération gravitationnelle. Ils ont ensuite combiné leurs résultats avec la hauteur initiale des sédiments ainsi que la fraction solide initiale sans oublier la différence de densité entre la phase solide et la phase liquide.

$$P_y = \Delta\rho g \varphi_0 H_0 \left(\frac{H_{eq}}{2R_e} - 1 \right) \quad (3.19)$$

où

$P(y)$ est la limite d'élasticité en compression (Pa),

φ_g est la fraction volumique initiale (% V/V),

$\Delta\rho$ est la différence de densité entre la phase solide et la phase liquide (kg/m^3),

H_0 est la hauteur initiale de la suspension (m),

H_{eq} est la hauteur des sédiments à l'équilibre (m),

R_e est la distance entre le centre et le fond du tube de centrifugation (m).

Finalement Usher *et al* [40], ont étudié la résistance à la compression de la boue rouge.

L'équation suivante permet de relier la limite d'élasticité en compression qui correspond à une fraction volumique donnée et au point de gel initial.

$$P_y = K \left[\left(\frac{\varphi}{\varphi_g} \right)^n - 1 \right] \quad (3.20)$$

où

φ est la fraction volumique (%V/V),

φ_g est le point de gel (%V/V),

K est une constante expérimentale (Pa),

n est une constante expérimentale adimensionnelle.

Plus la fraction volumique augmente, plus la résistance à la compression augmente. Si la résistance à la compression est nulle, la fraction solide est inférieure au point de gel.

3.17 Râteau

Les râteaux sont généralement présents dans les systèmes de décantation des industries minières. Ils ont été installés initialement à des fins de transport pour permettre au matériel près de la paroi extérieure du décanteur de cheminer progressivement vers le centre où un système d'évacuation de la boue (généralement une pompe ou une vis sans fin) est installé. De plus, le râteau déforme la boue, augmentant ainsi l'efficacité de la séparation solide-liquide dans le décanteur. Il existe deux familles de râteau : les râteaux verticaux et les râteaux horizontaux. Plusieurs configurations différentes existent pour chacune de ces familles.

3.17.1 Râteau vertical

Ce type de râteau est généralement employé avec un décanteur possédant un fond conique. Une quantité importante de structure métallique est nécessaire à la construction de ce râteau. Chaque lame déplace successivement la boue initialement présente aux extrémités du décanteur vers son centre. Ce type de râteau induit une force de cisaillement et une force de compression sur la boue tout en la transportant vers le puits de décharge. Cependant, ce type de râteau est coûteux à construire et nécessite une motorisation puissante due au fort moment de couple nécessaire à sa rotation.

La figure suivante est un exemple d'un râteau vertical.



Figure 14. Râteau vertical

La figure suivante illustre certaines configurations de bras de râteau vertical en utilisation connue. Cette figure est tirée de l'ouvrage de Svarovsky [28].

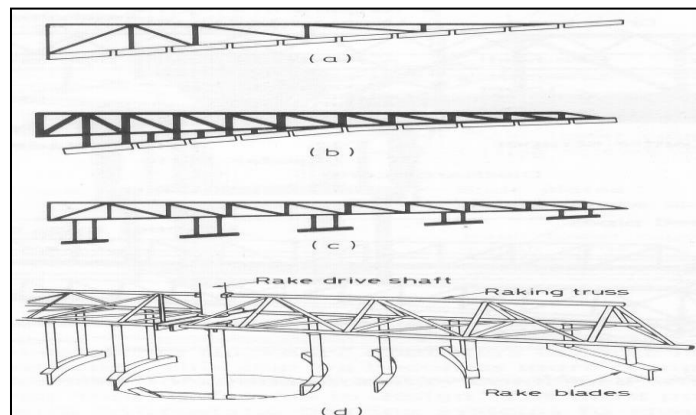


Figure 15. Différente configuration de râteliers verticaux

3.17.2 Transport

La boue compactée nécessite une pente d'au moins 30 degrés pour s'écouler naturellement vers le puits de décharge situé au centre d'un décanteur. L'angle des lames du râteau doit être choisi afin de favoriser le transport de la boue tout en maximisant le cisaillement induit dans celle-ci.

L'équation suivante permet de connaître le débit de boue déplacée par une lame de râteau. Ce débit dépend de la longueur d'une lame, de sa hauteur et de son angle par rapport au sens de déplacement de la lame [10]

$$Q = (h \cdot L \cdot \sin\theta) \cdot \omega \quad (3.21)$$

où

Q est le débit volumique ($\frac{m^3}{s}$),

L est la longueur de la lame (m),

h est la hauteur de la lame (m),

θ est l'angle de la lame par rapport au sens de rotation de la lame (rad),

ω est la vitesse angulaire (rad/s),

r est la distance du centre de la lame au centre du décanteur (m).

Puisque les lames traversent le bras du râteau de façon symétrique, la distance utilisée pour le rayon correspond au centre de la lame. La Figure 16 montre la surface effective d'une lame.

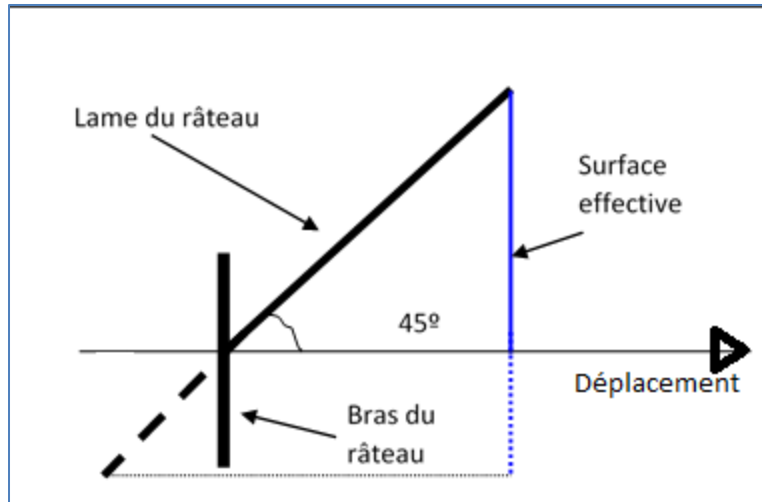


Figure 16. Surface effective d'une lame

3.17.3 Le couple du râteau

Le couple total représente la force appliquée par la motorisation sur l'arbre d'entraînement du râteau afin que celui-ci puisse effectuer une rotation dans le décanteur. Boivin [10] associe le couple sur une lame au cisaillement que celui-ci induit dans la boue. Il calcule d'abord la contrainte de cisaillement τ appliquée en tous points de la lame. Puis il calcule le couple dû à cette contrainte et intègre ce couple sur la surface de la lame pour obtenir le couple total M appliqué sur cette lame.

Willus et Fitch [56] fournissent également des équations afin de calculer la puissance en kW nécessaire à l'opération du râteau et le couple du râteau.

Les équations proposées s'appliquent dans les conditions suivantes : la fraction solide de la suspension est uniformément distribuée dans le décanteur et un seul puits de décharge est présent dans le décanteur.

Dans ce cas la puissance en kW de la motorisation est donnée par

$$Puissance = \frac{T_h D}{1100} \left(\frac{B \sin \lambda}{\cos \alpha} \right) \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right) \left(\cot \theta' + \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda + \frac{\sin \alpha}{B}} \right) \quad (3.22)$$

où

T_h est la quantité en tonnes métriques par heure sédimenté dans le décanteur (t/h),

D est le diamètre du décanteur (m),

α est l'angle de cône de l'épaisseur (°),

θ' est l'angle entre la force normale à la lame et le sens de son déplacement (°),

ρ_s est la densité du solide [kg/m³],

ρ_f est la densité du fluide [kg/m³].

L'angle λ est défini par :

$$\lambda = \theta' + (\tan f_1 - 1) \quad (3.23)$$

où

f_1 est le coefficient de friction dynamique entre une particule solide et la lame.

B est défini par :

$$B = \sqrt{f_2^2 \cos^2 \alpha - (\sin \alpha \sin \lambda)^2} - (\sin \alpha \cos \lambda) \quad (3.24)$$

où

f_2 est le coefficient de friction entre deux particules.

Le couple est donné par

$$\text{Couple} = 0,455 \frac{T_h D^2}{V_i} \left(\frac{B \sin \lambda}{\cos \alpha} \right) \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right) \left(\cot \theta + \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda + \frac{\sin \alpha}{B}} \right) \quad (3.25)$$

où

V_i est la vitesse périphérique du râteau (m/s).

La figure suivante illustre les différents angles par rapport à la lame de râteau

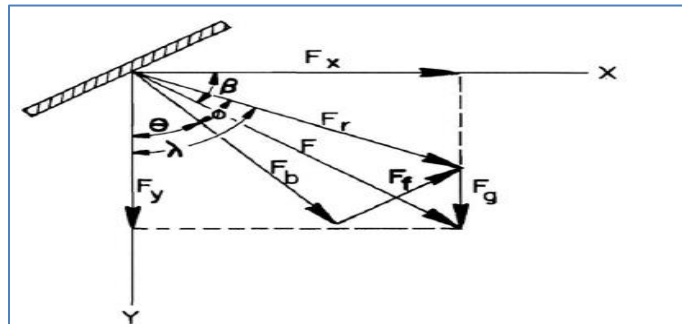


Figure 17. Différents angles par rapport à la lame de râteau

3.17.4 Râteau horizontal

En général ce type de râteau possède moins de lames que le râteau vertical et est donc beaucoup plus facile à faire tourner, impliquant une motorisation moindre. Par contre ce râteau n'aide pas au transport de la boue de la périphérie du décanteur vers le centre. Il sert principalement à cisailer la boue. La figure suivante illustre un râteau de type horizontal.



Figure 18. Râteau horizontal

La configuration de ce râteau peut également varier dépendamment du type de matériel et de l'objectif à atteindre.

3.18 Mécanismes d'épaississement proposés

Les deux mécanismes principaux permettant d'épaissir une boue sont la compression et le cisaillement. La compression est obtenue en appliquant une pression sur la structure de la boue. Cette pression peut être exercée soit par la gravité ou par le déplacement d'un corps solide dans la boue, par exemple un râteau dans le cas d'un épaisseur. La pression hydrostatique d'une colonne de liquide est donnée par l'équation suivante :

$$P = \rho gh \quad (3.26)$$

où

P : est la pression hydrostatique exercée par la colonne de liquide [Pa],

g : est l'accélération gravitationnelle [m/s^2],

h : est la hauteur de la colonne de liquide [m],

ρ : est la densité du mélange [kg/m^3].

Un calcul simplifié permet d'estimer la pression hydrostatique exercée par une colonne de boue d'une hauteur de deux mètres sur la boue située à sa base. En supposant que la boue possède une densité de 1500 kg/m^3 et que l'accélération gravitationnelle est de 9.81 m/s^2 , la pression exercée par la gravité est d'environ 30 kPa (voir Figure 19).

Une simulation d'écoulement de boue dans une conduite fermée comportant une lame de râteau a été réalisée à l'aide d'un progiciel de simulation (voir Figure 20). L'aire de la section transversale de la conduite était beaucoup plus grande que l'aire de la lame du râteau afin d'éviter toute influence des parois. La boue s'écoulait à une vitesse de 1 cm/s, une vitesse typique d'une lame de râteau dans un épaisseur. Suite à l'analyse des résultats, on remarque que la pression exercée par cette lame est nettement inférieure à celle exercée par la gravité, soit d'environ 30000 fois plus petites pour des valeurs de densité et de viscosité similaires à celles de la boue de la colonne de fluide du calcul précédent. La compression due à la lame est négligeable par rapport à celle due à la gravité.

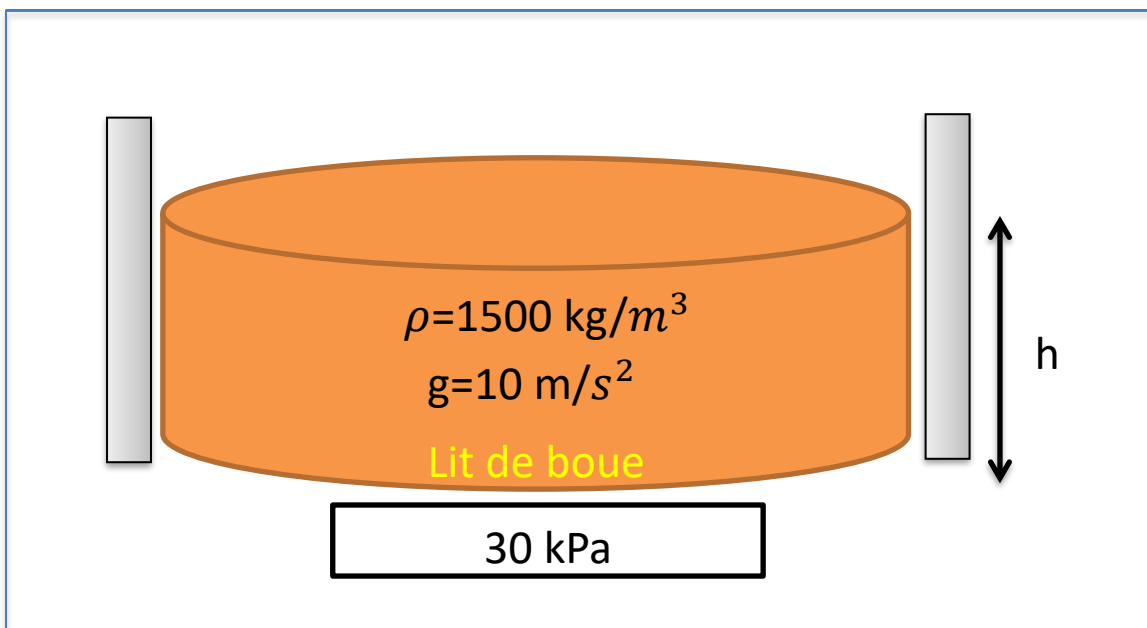


Figure 19. Colonne de boue

Le cisaillement est le second mécanisme permettant d'épaissir une boue. Dans les décanteurs, le râteau cause le cisaillement dans la boue. Ce cisaillement peut être exercé par contact direct ou par un gradient de vitesse agissant dans un volume de boue beaucoup plus important. Le cisaillement direct est obtenu lorsqu'une lame du râteau tranche un volume de boue. Ce volume de boue est cisailé et déformé. Une partie du liquide incorporée à la structure de la boue est évacuée. Ceci a pour conséquence d'augmenter la densité et la fraction solide de la boue. Le gradient de vitesse est obtenu lorsque la lame se déplace dans la boue : le volume de fluide au voisinage de la lame se déplace plus rapidement que celui qui en est plus éloigné.

La boue dans un épaisseur peut être représentée comme un réseau inter relié. Dans ces conditions, un cisaillement aura lieu et une déformation de ce réseau en résultera, permettant l'évacuation d'une partie du liquide incorporé au réseau et augmentant la densité de la boue cisailée. Une simulation numérique a permis d'estimer la portée de ce gradient de vitesse. Le volume de boue traité par ce type de cisaillement est nettement plus grand que celui qui est traité par contact direct avec la structure métallique de la lame. Le gradient de vitesse semble donc responsable de l'épaississement de la boue.

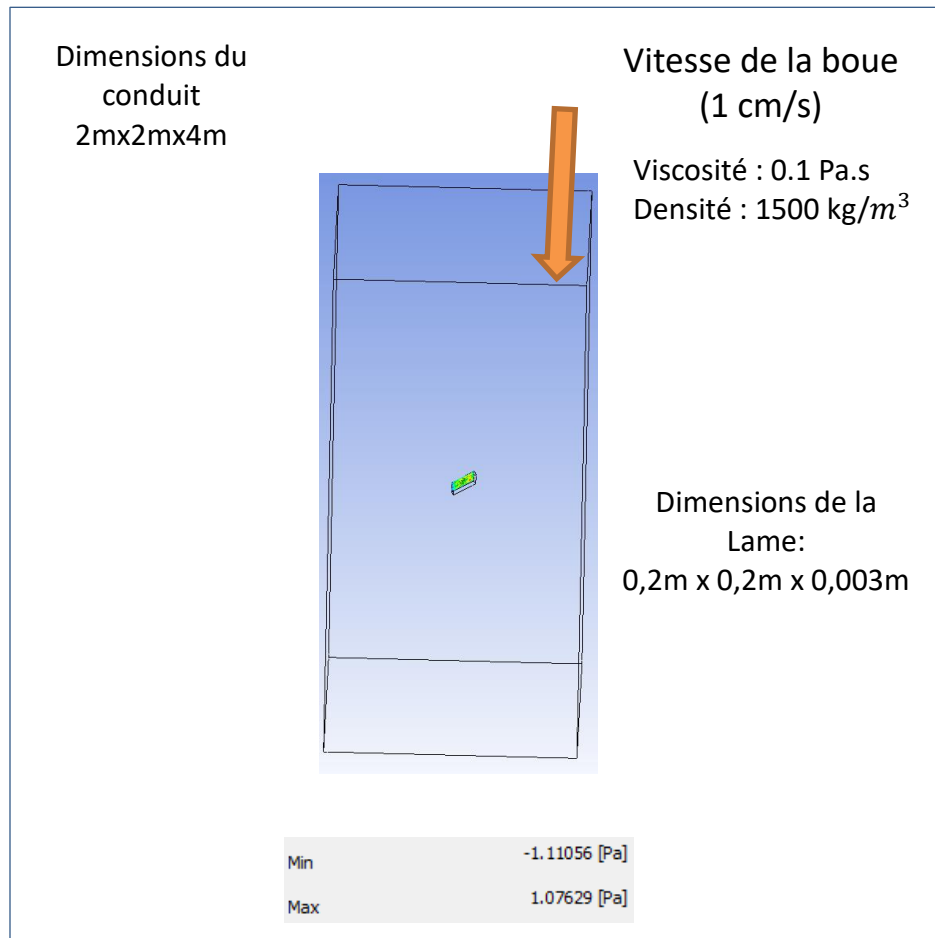


Figure 20. Force exercée par une lame de râseau simple dans la boue

3.19 Épaississement d'une boue floculée

La boue floculée présente dans la zone de compaction d'un épaisseur peut-être représentée comme un réseau de particules reliées entre elles à l'aide de ponts. Ces ponts sont créés par l'ajout d'un flocculant ayant adhéré aux surfaces des particules de boue. Ce réseau est peu compact et contient une grande quantité de liquide. Une analogie à ce réseau est un système de piliers soutenant une charge. La gravité terrestre peut être représentée

comme un piston exerçant une force sur le réseau de particules. Tant que la force exercée par la gravité est plus grande que la force de résistance du réseau, la boue s'épaissit. Plus l'épaississement de la boue augmente, plus la force de résistance du réseau augmente jusqu'à ce qu'elle soit suffisante pour supporter la gravité. Une fois l'équilibre atteint, la fraction solide du réseau reste constante. Le cisaillement devient essentiel pour rompre cet équilibre dans l'analogie de la Figure 21. En effet, les piliers soutenant la force de gravité sont déplacés ou coupés par le cisaillement afin de diminuer la résistance du système de piliers (voir Figure 22).

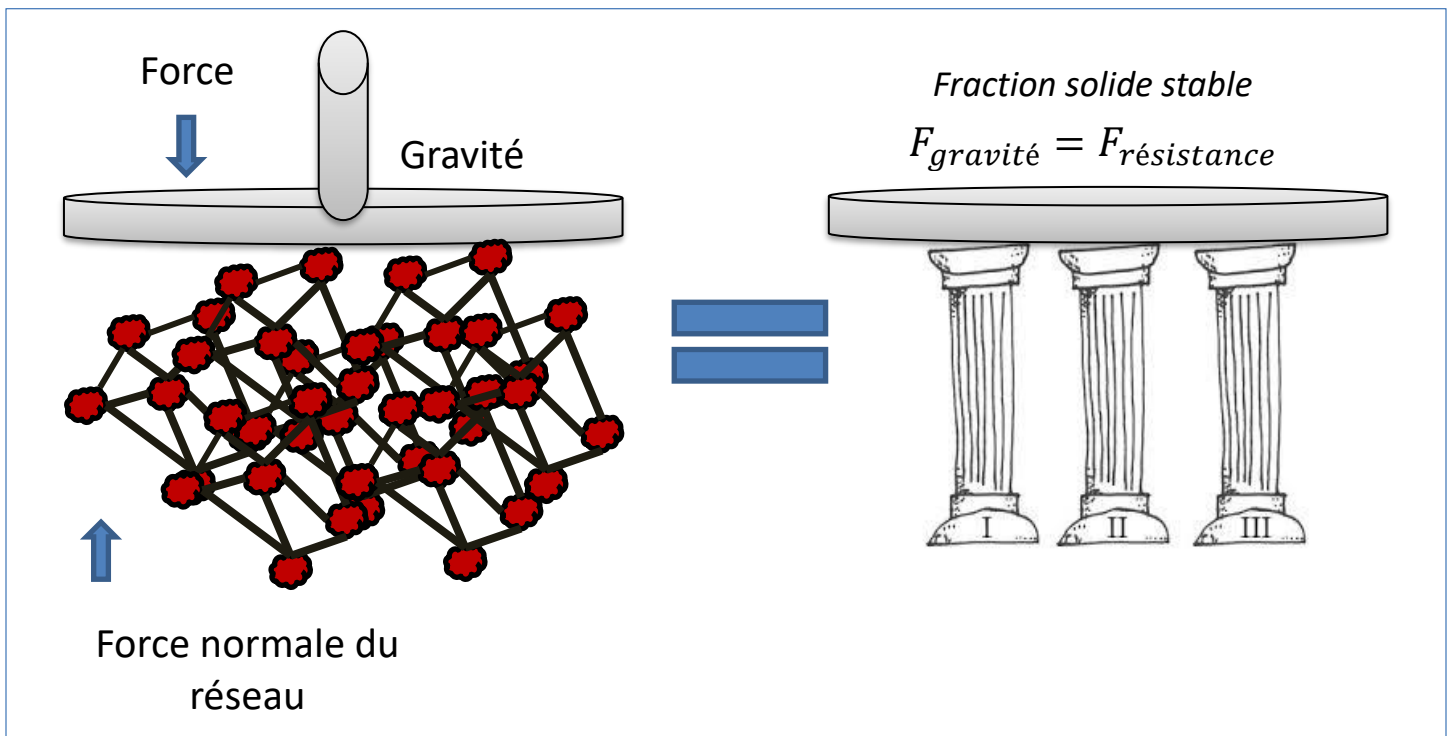


Figure 21. Analogie de la boue avec un système de piliers

La résistance de la boue devenant inférieure à la force de la gravité, le réseau s'épaissit à nouveau jusqu'à l'atteinte d'un nouvel équilibre avec une fraction solide plus élevée. Plus le cisaillement a de portée, plus le volume de boue qui s'épaissit est important.

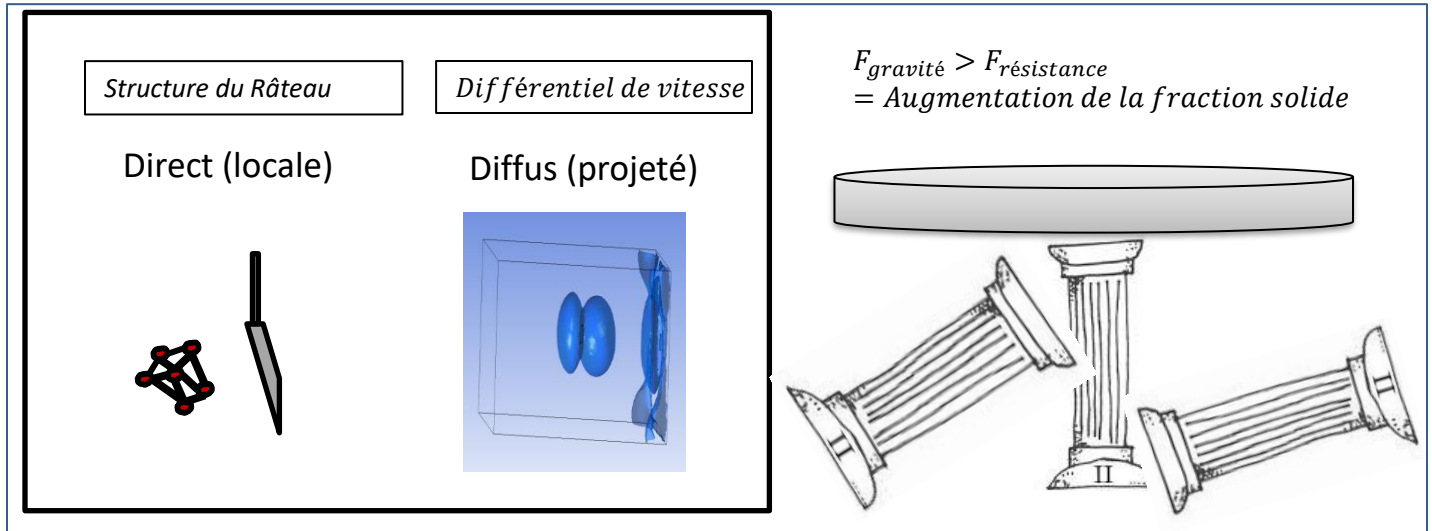


Figure 22. Analogie de la boue avec un système de piliers

Chapitre 4 Rhéologie des fluides particuliers

4.1 Classification du fluide

Il existe plusieurs types de comportement rhéologique. Le plus simple est le fluide newtonien, où la contrainte de cisaillement augmente de manière linéaire avec le taux de déformation (la viscosité est constante). Lorsque la viscosité du fluide diminue avec une augmentation du taux de cisaillement, le fluide est dit rhéofluidifiant. Dans le cas contraire, le fluide est dit rhéoépaississant, [3,38,39,50]. La figure suivante illustre ces différents comportements

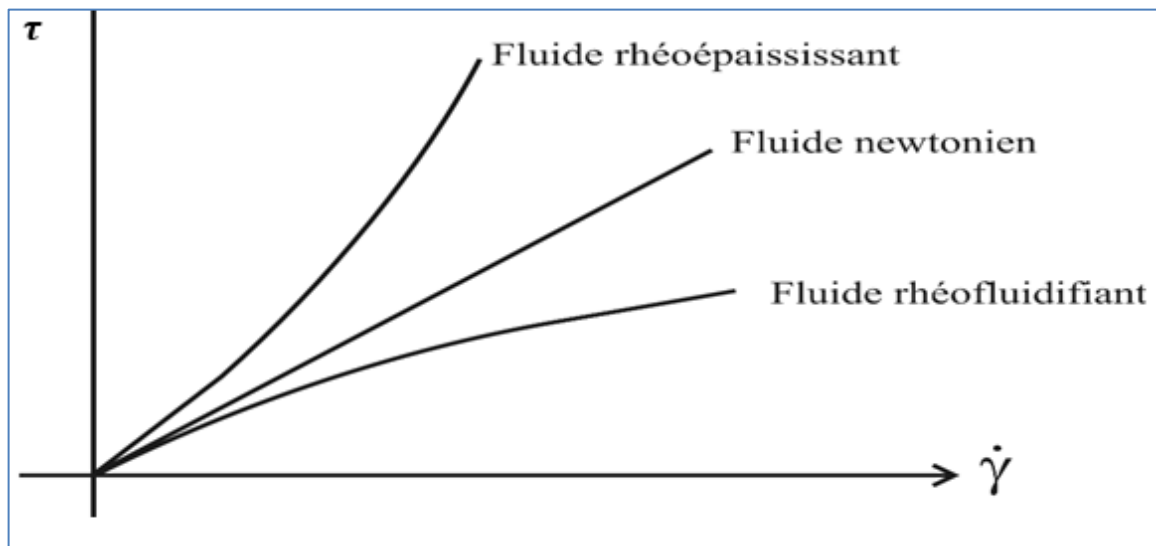


Figure 23. Différents comportements d'un fluide

Certains fluides particuliers ou granulaires peuvent résister à l'écoulement lorsque la contrainte de cisaillement est inférieure à une valeur critique, appelée seuil de cisaillement. Lorsqu'un tel fluide est soumis à une contrainte de cisaillement inférieure au seuil de

cisaillement, il se déforme comme un solide au lieu de s'écouler. Une fois le seuil de cisaillement excédé, le fluide se comporte comme un fluide rhéofluidifiant ou newtonien. Il n'est pas possible d'obtenir un fluide particulaire ou granulaire rhéoépaississant avec un retard (contrainte de cisaillement).

Il existe deux modèles de représentation pour des fluides à retard, le modèle de Bingham (newtonien avec retard) et celui de Herschel-Bulkley (rhéofluidifiant avec retard).

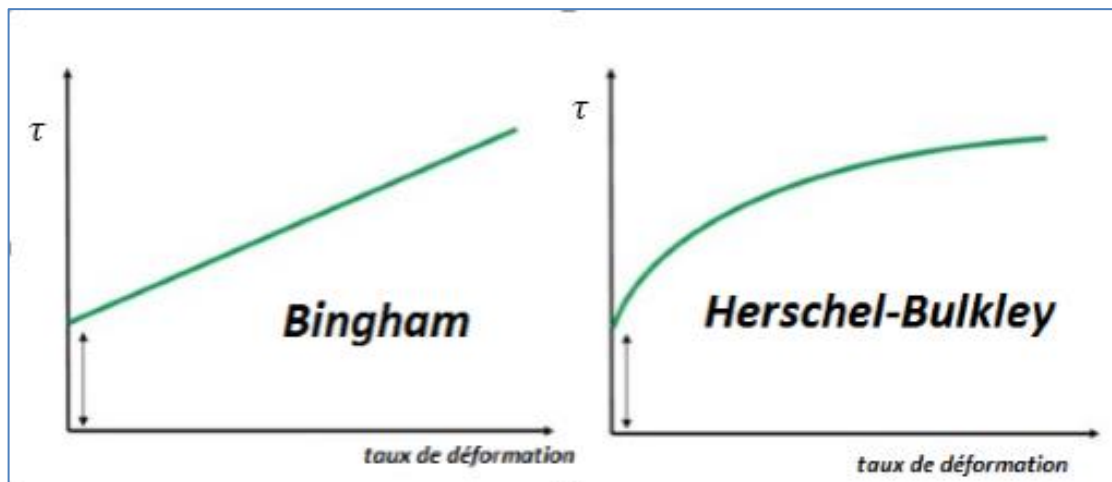


Figure 24. Modèles de comportement de fluide

Le fluide de Bingham est décrit par

$$\tau = \tau_0 + \mu\dot{\gamma} \quad (4.1)$$

où

τ_0 : seuil de cisaillement (Pa),

μ : viscosité dynamique (Pa.s),

$\dot{\gamma}$: taux de cisaillement (s^{-1}).

Le fluide de Herschel-Bulkley est décrit par

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \quad (4.2)$$

où

k est l'indice de consistance,

n est l'indice relié à l'écoulement inférieure à l'unité.

Une alternative à la description de Herschel-Bulkley pour le fluide rhéofluidifiant avec retard est due à Casson. Cette opération vise à obtenir une plus grande précision dans le cas de fluide complexe tel que le sang ou l'argile. L'équation de la loi de Casson est la suivante :

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{K}\sqrt{\dot{\gamma}} \quad (4.3)$$

où

K est une constante expérimentale.

4.2 Thixotropie et rhéopexie

La Figure 25 représente le comportement thixotrope d'un fluide.

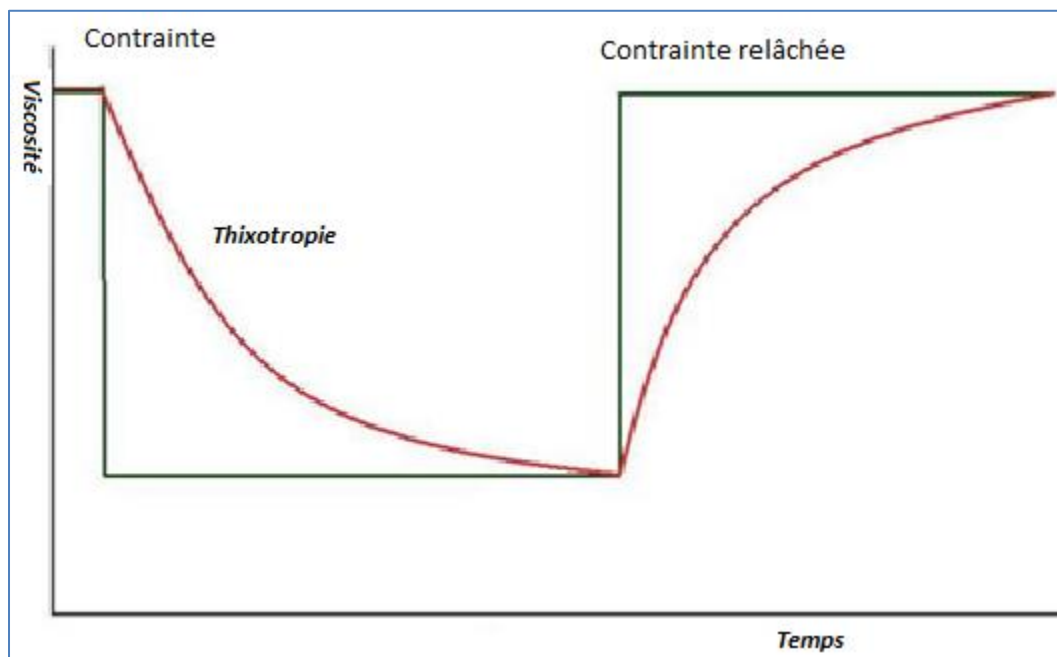


Figure 25. Thixotropie

4.2.1 Distinction entre thixotropie et rhéofluidifiant

Il ne faut pas confondre la thixotropie et la rhéofluidification. Cette dernière montre une diminution de la viscosité avec une augmentation de la contrainte appliquée au fluide. Tandis que la thixotropie est une diminution de la viscosité en fonction du temps de sollicitation mécanique.

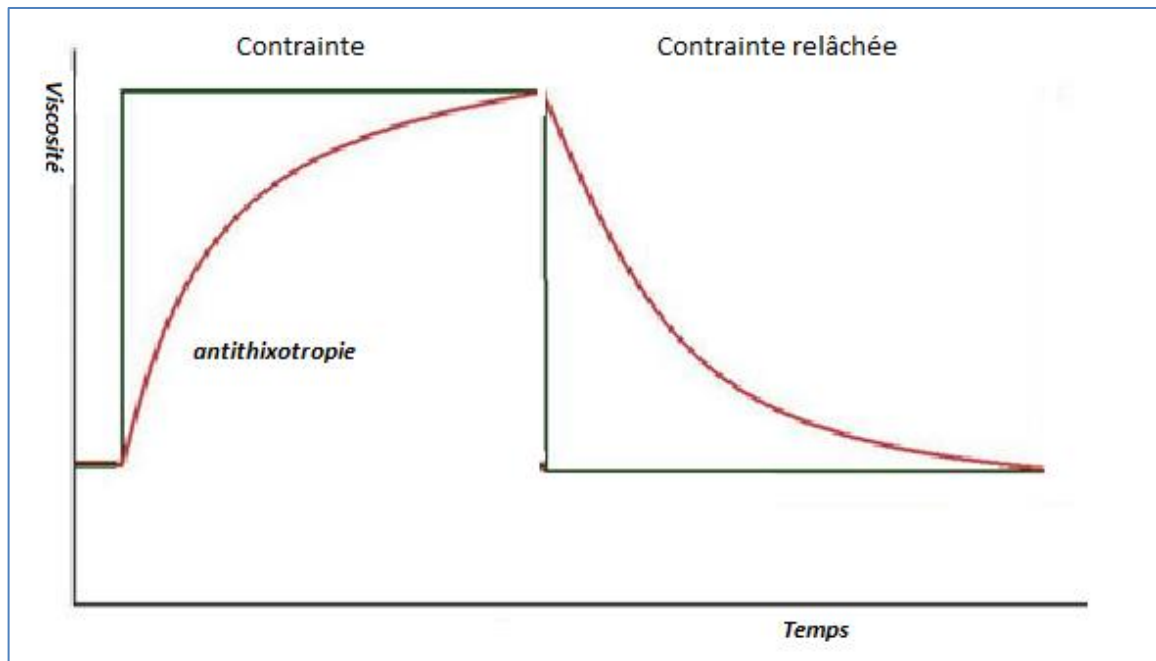


Figure 26. Rhéopexie

4.2.2 Distinction entre rhéopexie et rhéoépaississement

Un fluide rhéopexique voit sa viscosité augmenter avec le temps de sollicitation mécanique tandis qu'un fluide rhéoépaississant (ou dilatant) voit sa viscosité augmenter avec la contrainte de cisaillement (Figure 26).

4.3 Mémoire des fluides

Un fluide thixotropique ou rhéopexique possède une certaine rémanence. C'est-à-dire qu'un temps de relaxation est requis pour que le fluide revienne vers ses anciennes propriétés. Si ce temps n'est pas respecté, un effet d'hystérésis sera observé. Le nombre de Deborah permet de savoir si nous sommes dans la zone d'hystérésis ou si le temps écoulé a été suffisant pour que le fluide reprenne ses anciennes propriétés. Ce nombre est donné par :

$$De = \frac{t}{T} \quad (4.4)$$

où

De est nombre de Deborah,

t est le temps de réarrangement de la structure interne du fluide (s),

T est le temps de variation de la contrainte (s).

Lorsque le nombre de Deborah est de beaucoup supérieur à un ($De \gg 1$), l'hystérésis est présente. Lorsqu'il est de beaucoup inférieur à un ($De \ll 1$), l'hystérésis est absente.

4.4 Viscoélasticité du fluide

Un fluide peut également être viscoélastique, c'est-à-dire que si la contrainte est exercée sur le fluide de manière brutale, il se comportera comme un solide. Si la contrainte est régulière, il se comportera comme un fluide.

L'écoulement d'un fluide viscoélastique aura tendance à s'élargir et ralentir tandis que le fluide visqueux aura tendance à se rétrécir et accélérer. (Figure 27)

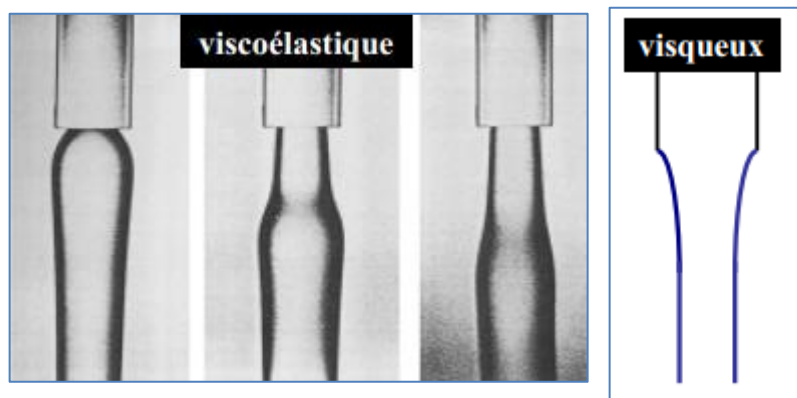


Figure 27. Viscoélasticité

4.5 Rhéomètre

Un rhéomètre est un appareil qui permet de mesurer la viscosité d'un fluide et/ou son seuil de cisaillement. Un viscosimètre est également un appareil qui permet de mesurer la viscosité ainsi que le seuil de cisaillement d'un fluide. La différence entre le rhéomètre et le viscosimètre réside dans le fait que le rhéomètre présente une variété d'options beaucoup plus étendue que le viscosimètre. De plus, certains viscosimètres ne permettent pas d'évaluer le seuil de cisaillement. Il existe plusieurs types de rhéomètre et de viscosimètre,

soit le rhéomètre rotatif, le rhéomètre capillaire, le viscosimètre capillaire par force de gravité et le viscosimètre à chute de bille.

4.5.1 Viscosimètre à chute de bille

Ce viscosimètre est constitué d'un tube de verre positionné à 10 degrés d'inclinaison par rapport à la verticale. Le tube possède deux marques (A et B). La distance entre les deux marques est généralement 100mm, Haake [38]. Une bille est introduite dans le tube. Cette bille est initialement au repos ($v=0$). Durant sa course initiale distance (lv) elle atteindra sa vitesse terminale. Cette vitesse est atteinte avant le passage entre les deux marques du tube. Le temps nécessaire à la bille pour franchir la distance de 100mm entre les deux marques est enregistré. Le calcul suivant permet de connaître la viscosité dynamique du fluide.

$$\mu = K \cdot (\rho_b - \rho_2) \Delta t \quad (4.5)$$

où

μ est la viscosité dynamique (mPa·s),

K est une constante de calibration de l'instrument ($\frac{m^2}{s^2}$),

ρ_b est la densité de la bille (g/cm³),

ρ_2 est la densité du fluide (g/cm³),

Δt est le temps nécessaire à la bille pour franchir la distance entre les marques A et B (s).

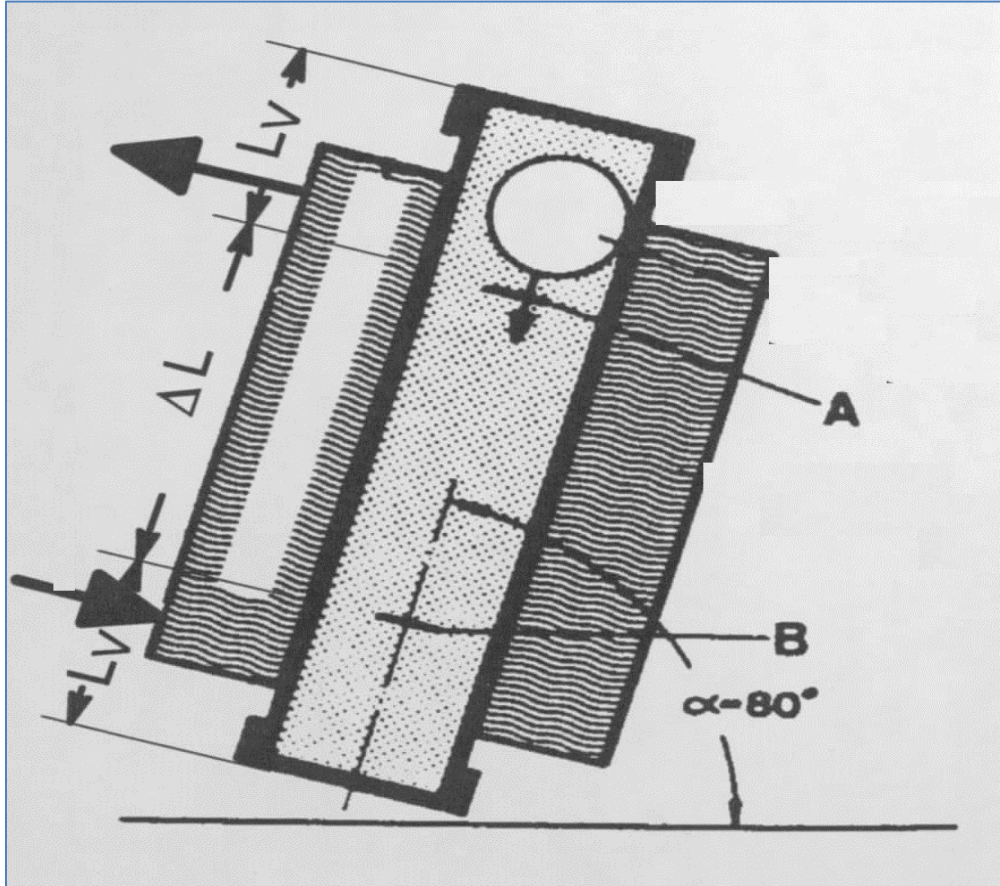


Figure 28. Viscosimètre à chute de bille

4.5.2 Viscosimètre par force de gravité

Il existe deux types de viscosimètre par force de gravité : celui de Ubbelohde (viscosité élevée) et celui de Cannon-Fenske (viscosité faible). Ils sont composés d'un tube de verre possédant deux marques. Dans les deux cas, le temps nécessaire au fluide pour franchir la

distance entre les deux marques est mesuré. La figure suivante illustre les deux types de viscosimètre par force de gravité. Haake [38]

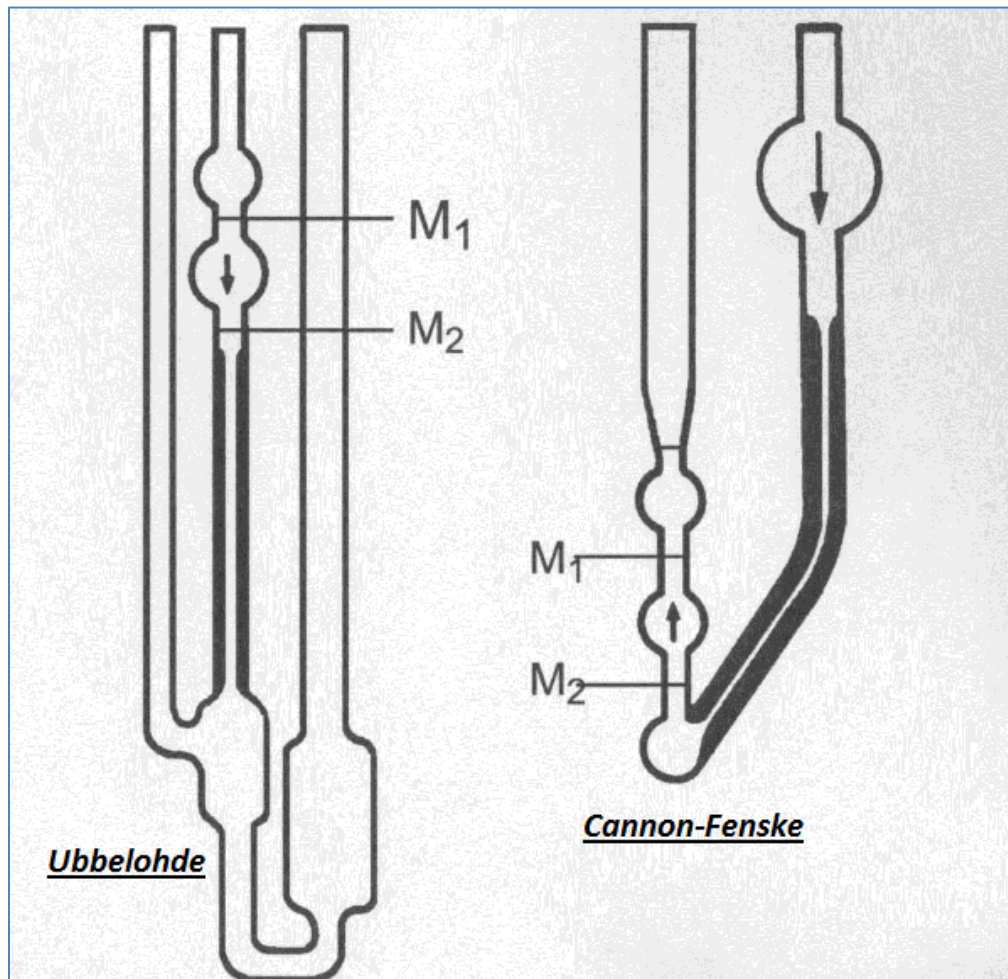


Figure 29. Viscosimètre Ubbelohde et Cannon-Fenske

La viscosité cinématique du fluide est donnée par

$$v = K \cdot \Delta t \quad (4.6)$$

où

ν est la viscosité cinématique (mm^2/s^2),

K est la constante de l'instrument ($\frac{\text{mm}^2}{\text{s}^3}$),

Δt est le temps nécessaire au fluide pour franchir la distance entre les deux marques.

4.5.3 Rhéomètre capillaire

Ce rhéomètre est constitué d'un petit réservoir pouvant contenir du liquide. Un capillaire est installé dans le bas du réservoir. Un piston se déplaçant à une vitesse constante force le fluide du réservoir à s'écouler à travers le capillaire. Deux sondes de pressions sont installées le long du capillaire espacées d'une certaine distance. La différence de pression entre les deux sondes de pression est enregistrée lors du passage du liquide. La viscosité dynamique est donnée par :

$$\mu = \left(\frac{\pi \cdot r^4}{8 \Delta L} \right) \cdot \frac{\Delta P}{Q} \quad (4.7)$$

où

μ est la viscosité dynamique ($\text{mPa} \cdot \text{s}$),

r est le rayon du capillaire (m),

ΔL est la distance entre les deux sondes de pression (m),

ΔP est la différence de pression entre les deux sondes de pression (Pa),

Q est le débit circulant dans le capillaire (m^3/s).

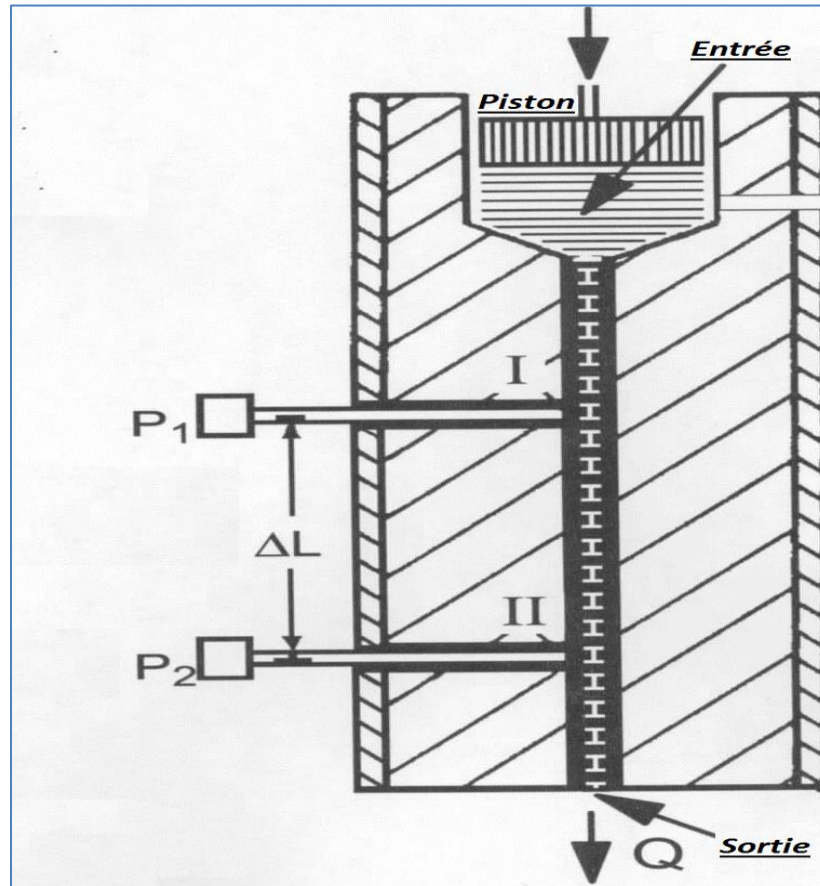


Figure 30. Rhéomètre capillaire

4.5.4 Rhéomètre rotatif

Le rhéomètre rotatif est constitué de deux cylindres coaxiaux dont l'un est rotatif et l'autre fixe. Le cylindre intérieur est plein tandis que le cylindre extérieur est creux. Une faible distance sépare le cylindre intérieur du cylindre extérieur. Le fluide est versé dans le cylindre extérieur puis le cylindre intérieur est plongé dans le fluide. Il existe deux types de rhéomètre rotatif selon lequel des deux cylindres est rotatifs : le type Couette et le type Searle, pour le type Searle, le cylindre intérieur est mis en mouvement à l'aide d'une motorisation tandis que le cylindre extérieur est fixe. Un couplemètre est installé sur l'arbre de la motorisation afin de connaître le moment de couple nécessaire à la rotation du cylindre. Pour le rhéomètre type Couette, le cylindre extérieur est mis en mouvement à l'aide d'une motorisation et un couplemètre est installé sur le cylindre intérieur qui sera mis en mouvement par la déformation du fluide.

Ces rhéomètres rotatifs ont deux modes de fonctionnement principaux : soit le mode CS où le moment de couple qui est fixé et la vitesse de rotation est mesurée, soit le mode CR où la vitesse de rotation est fixée et le moment de couple est mesuré. Tous les autres modes sont des dérivés de ces modes. Cs et Cr utilisent, dans le cas d'un mandrin de type Searle le même calcul pour connaître le taux de cisaillement par rapport à la vitesse de déformation ou vice versa. La figure suivante illustre les deux types de rhéomètre rotatif.

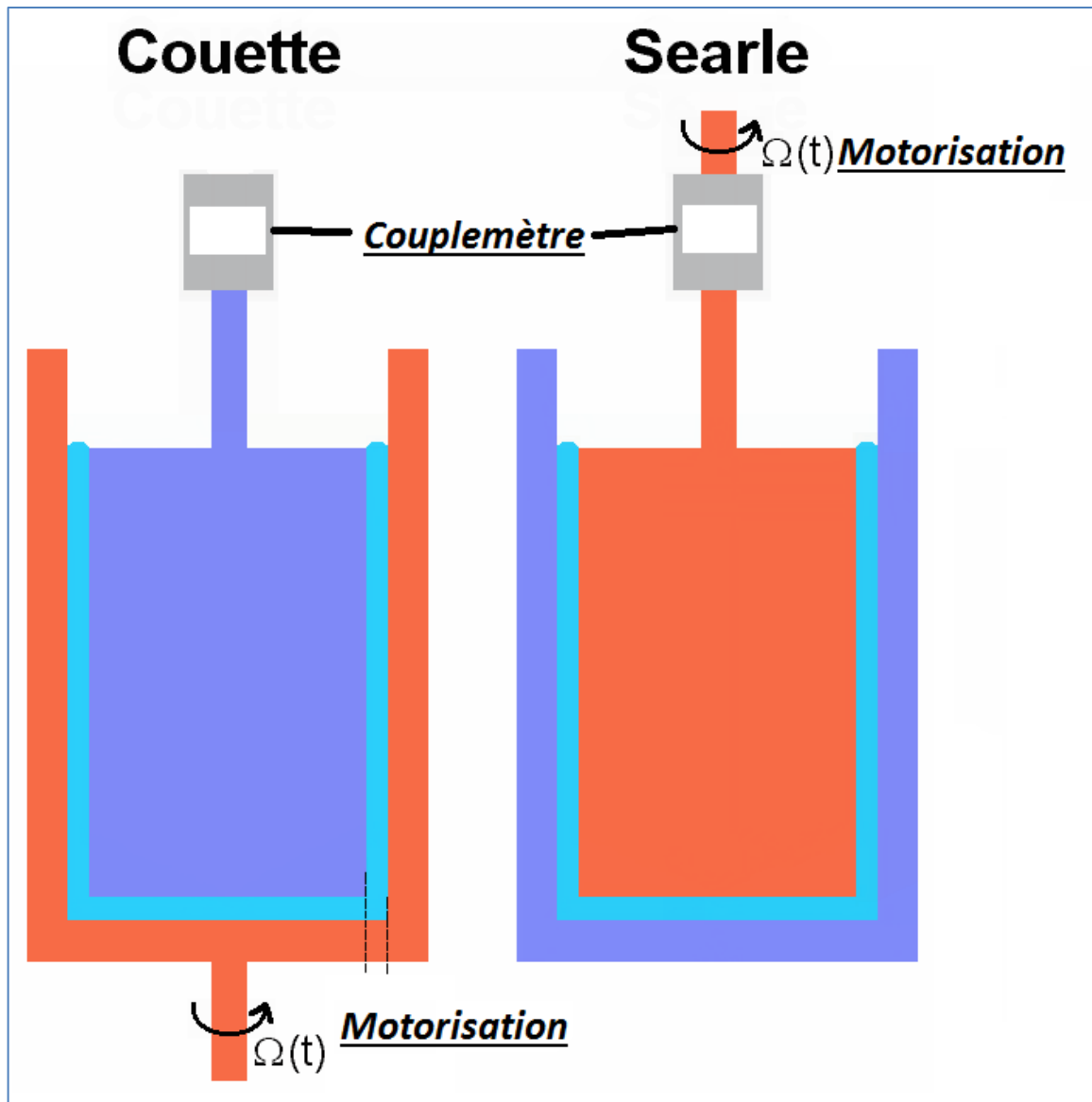


Figure 31. Rhéomètres rotatifs

Le calcul de la viscosité pour le rhéomètre type Searle est effectué de la façon suivante :
d'abord la force exercée par la contrainte de cisaillement sur le cylindre intérieur est donnée
par:

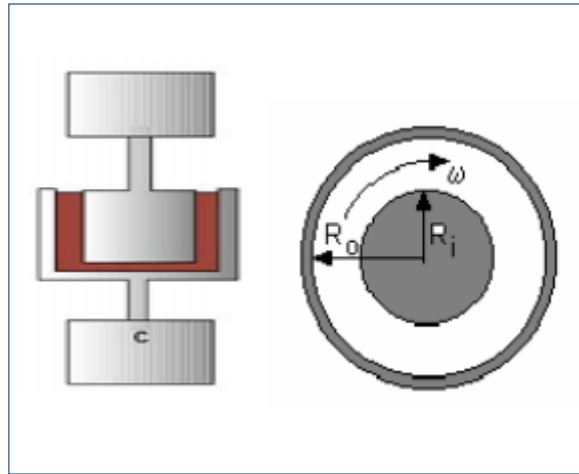


Figure 32. Mandrin

$$F = 2\pi R_i h \tau \quad (4.8)$$

où

F est la force exercée par le cisaillement du fluide (N),

R_i est le rayon du cylindre interne (m),

R_o est le rayon externe (m),

h est la hauteur du cylindre (m),

τ est le taux de cisaillement (Pa).

Pour un fluide newtonien :

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (4.9)$$

où

$\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement (s^{-1})

μ est la viscosité dynamique ($mPa \cdot s$).

La force devient

$$F = 2\pi R_i h \mu \dot{\gamma} \quad (4.10)$$

Dans le cas de la configuration Searle, en supposant un taux de cisaillement constant dans l'interstice entre les deux cylindres, ce taux devient :

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{R_i \omega}{R_o - R_i} \quad (4.11)$$

où

∂U est la différence de vitesse (m/s),

∂y est la distance entre les deux parois (m).

ω est la vitesse angulaire (rad/s).

La force devient

$$F = \frac{2\pi R_i^2 \mu \omega h}{R_0 - R_i} \quad (4.12)$$

Le moment de couple sur le cylindre intérieur est

$$T' = FR_i = \frac{2\pi R_i^3 \mu \omega h}{R_0 - R_i} \quad (4.13)$$

où

T' est le moment de couple ($N \cdot m$).

Finalement la viscosité peut être isolée de l'équation

$$\mu = \frac{T'(R_0 - R_i)}{2\pi R_i^3 \omega h} \quad (4.14)$$

Pour le rhéomètre type Couette, une analyse similaire résulte en

$$\mu = \frac{T'(R_0 - R_i)}{2\pi R_i^2 R_0 \omega h} \quad (4.15)$$

4.6 Évaluation du seuil de cisaillement

L'évaluation du seuil de cisaillement est généralement réalisée en mode CR puisque la technique consiste à augmenter progressivement la force exercée par la motorisation jusqu'à la mise en mouvement du cylindre. En mode CR, le système de contrôle du rhéomètre augmente lentement le moment de couple du mandrin (contrainte de cisaillement). Lorsque le moment de couple qui correspond au seuil de cisaillement est excédé, le mandrin de type vane tourne de plus en plus vite. Le système de contrôle diminue alors le couple pour maintenir la vitesse constante de rotation du vane. La Figure 29 illustre la courbe du couple appliqué en fonction du temps. Le seuil de cisaillement correspond à la valeur maximale du couple.

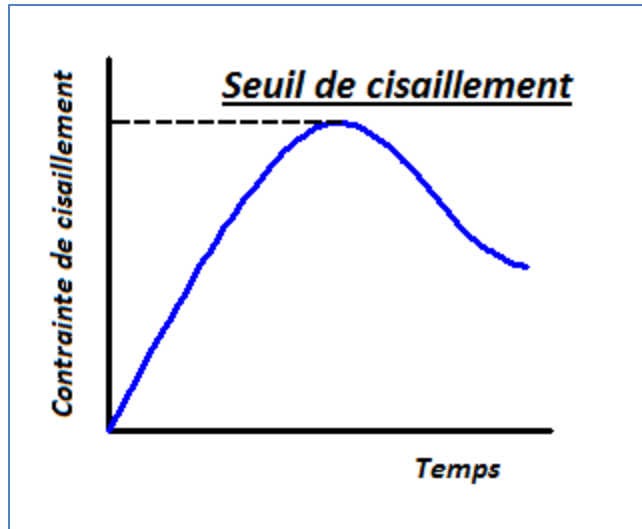


Figure 33. Seuil de cisaillement

Autres mandrins disponibles

Les mandrins de type coaxiaux ne sont pas très efficaces lorsqu'ils sont immergés dans un fluide particulaire, tels que la boue rouge. Puisque l'entrefer entre les deux cylindres est très faible, certaines particules présentes dans le fluide sont susceptibles de bloquer l'entrefer et de fausser les résultats en créant une friction supplémentaire entre les deux cylindres. La quantité importante d'échantillons requise est un désavantage des cylindres coaxiaux. C'est pourquoi les mandrins de type cône et plaque ou plaque et plaque peuvent être employés. Le principe d'opération reste le même que celui des cylindres coaxiaux : c'est-à-dire que la plaque inférieure étant fixe, la plaque supérieure est mise en mouvement à l'aide d'une motorisation et le moment de couple est enregistré pendant la rotation. L'échantillon est inséré dans l'entrefer. La Figure suivante illustre les mandrins cône et plaque ainsi que plaque et plaque.

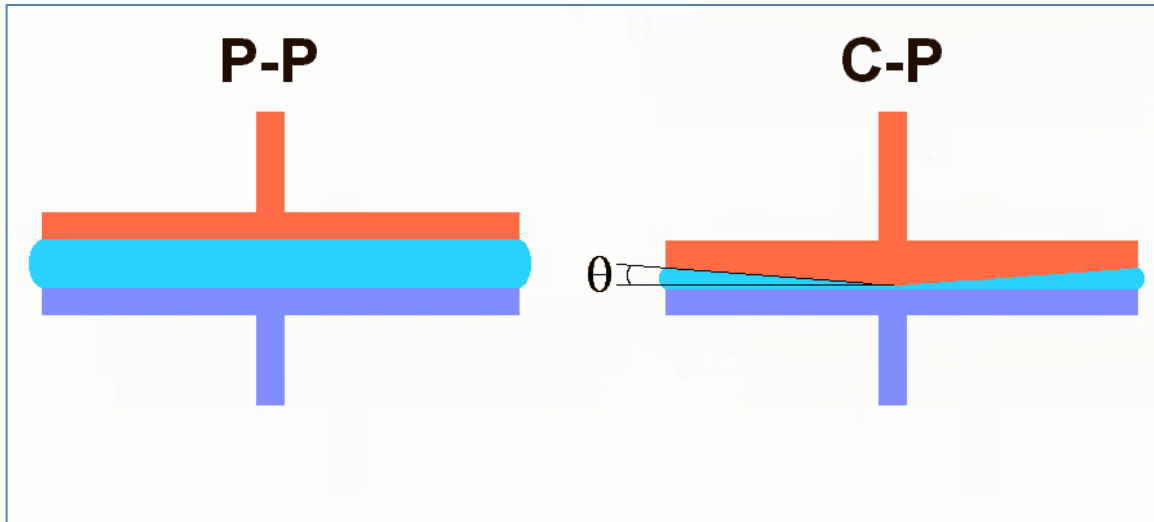


Figure 34. Type de mandrins (plaque sur plaque et cône sur plaque)

Ces mandrins sont très efficaces pour des fluides possédant une viscosité et un seuil de cisaillement élevés. Ils sont difficilement employables pour un fluide possédant un faible seuil de cisaillement puisque le fluide aura tendance à s'écouler le long de la plaque fixe avant le début de l'essai.

Finalement une méthode alternative a été développée, [13,26], afin de pallier à ce problème. Cette méthode consiste à tirer profit du système de cylindres coaxiaux en modifiant le cylindre interne par un mandrin type "vane". Le "vane" est entraîné à très faible vitesse par la motorisation. En tournant, le "vane" cisailera la boue au niveau de ses lames créant un cylindre virtuel. Ce cylindre virtuel est ensuite considéré comme le cylindre interne de la méthode des cylindres coaxiaux. La viscosité est calculée selon la méthode des cylindres coaxiaux [13]. La figure suivante illustre le mandrin type vane et un cylindre virtuel.

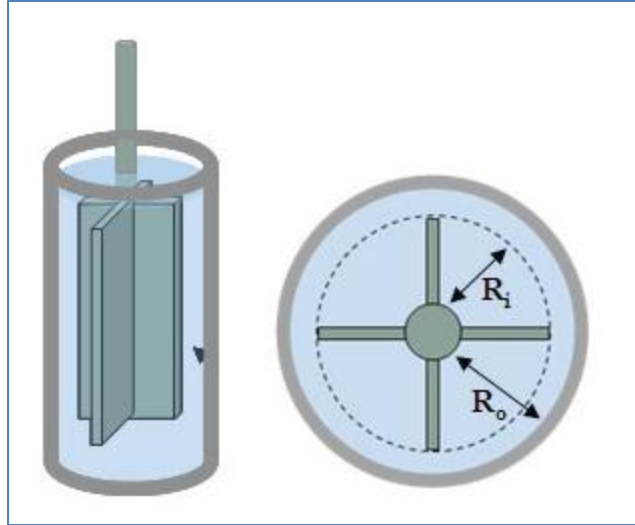


Figure 35. Mandrin de type Vane

où

R_i est le cylindre interne virtuelle (m),

R_o est le cylindre externe (m).

4.7 Déformation d'une particule de fluide

Le taux de déformation d'une particule de fluide peut être exprimé par un tenseur à neuf composants dans un espace tridimensionnelle [64].

Ce taux de déformation peut être représenté par la matrice suivante :

$$\|T\| = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial U}{\partial y} & \frac{\partial U}{\partial z} \\ \frac{\partial V}{\partial x} & \frac{\partial V}{\partial y} & \frac{\partial V}{\partial z} \\ \frac{\partial W}{\partial x} & \frac{\partial W}{\partial y} & \frac{\partial W}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

où

U est la vitesse sur l'axe x (m/s),

V est la vitesse sur l'axe y (m/s),

W est la vitesse sur l'axe z (m/s).

Ce tenseur de taux de déformation peut être considéré comme la dérivée du tenseur de déformation du fluide.

$$\|T\| = \frac{\partial \|\gamma\|}{\partial t} = \|\dot{\gamma}\| \quad (4.17)$$

avec

$$\|\gamma\| = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \gamma_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \gamma_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

où

u est le déplacement de la particule sur l'axe x (mm),

v est le déplacement de la particule sur l'axe y (mm),

w est le déplacement de la particule sur l'axe z (mm).

La Figure 36 représente 2 éléments de volumes contigus parcourant chacun une trajectoire (ligne rouge) différente à des vitesses légèrement différentes. Chaque composante du tenseur de déformation peut être calculée.

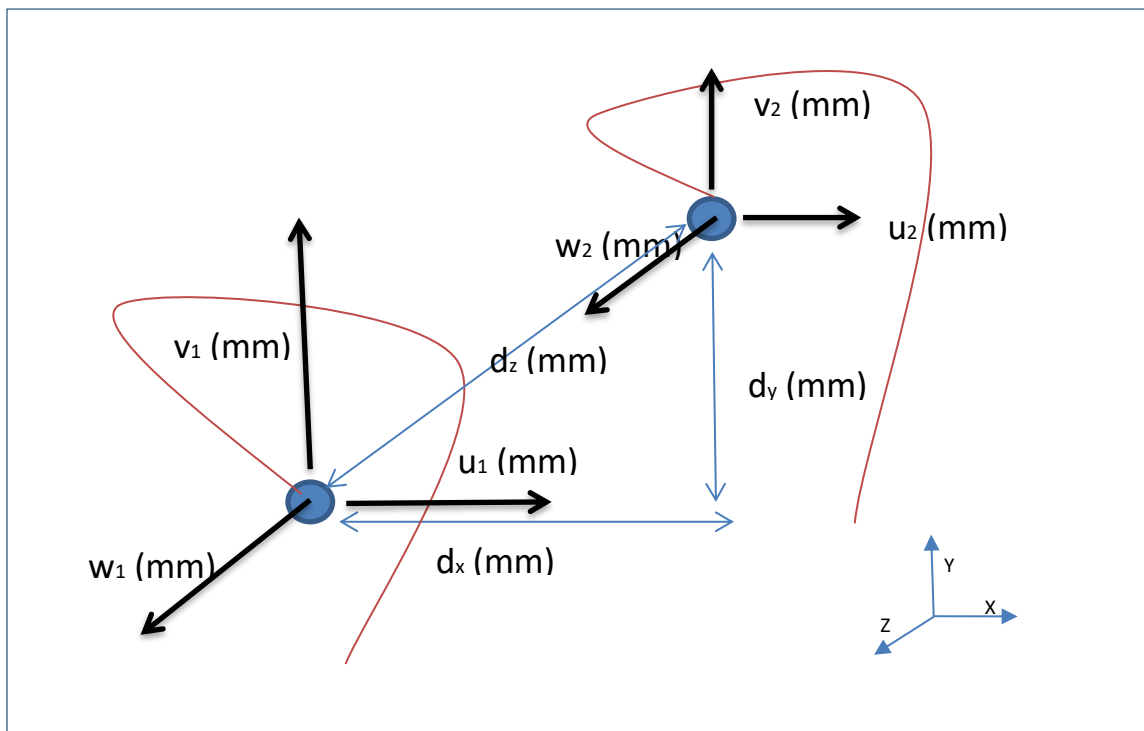


Figure 36. Tenseurs de déformation

La grandeur de la déformation est représentée par la norme de son tenseur, $\|\gamma\|$, :

$$\|\gamma\| = \sqrt{\text{tr}(\gamma_{mat}^t \gamma_{mat})} \quad (4.19)$$

où

tr est l'opérateur trace (sommes des coefficients diagonaux d'une matrice),

γ_{mat}^t est la matrice transposée du tenseur,

γ_{mat} est la matrice originale du tenseur.

La norme est donc

$$\|\gamma\| = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\|\gamma\| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2} \quad (4.21)$$

où

$$\|\gamma\| = \sqrt{(\gamma_{xx})^2 + (\gamma_{yx})^2 + (\gamma_{zx})^2 + (\gamma_{xy})^2 + (\gamma_{yy})^2 + (\gamma_{zy})^2 + (\gamma_{xz})^2 + (\gamma_{yz})^2 + (\gamma_{zz})^2} \quad (4.22)$$

Dans le cas d'un fluide qui s'écoule, la déformation du milieu telle que définie au-dessus peut croître sans cesse. Dans ce cas, la vitesse de la déformation, $\dot{\gamma}$, qui correspond au gradient de l'écoulement est plus utile que la déformation elle-même pour décrire le comportement du fluide. La figure suivante représente un tel fluide qui s'écoule de façon laminaire entre deux plaques parallèles, dont l'une se déplace à une vitesse constante et l'autre est stationnaire.

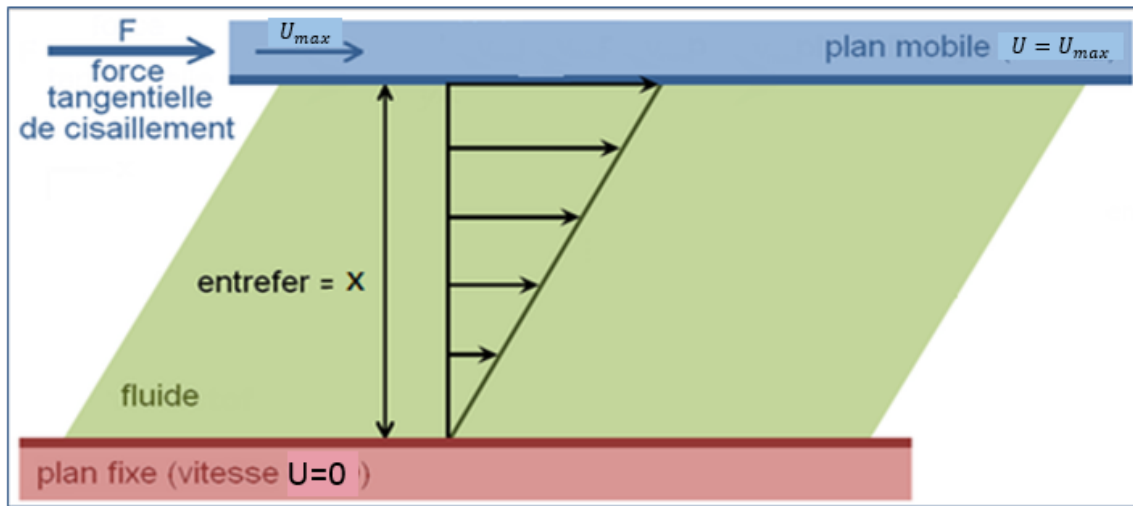


Figure 37. Gradient de vitesse d'un écoulement laminaire entre deux plaques

où

x est la distance séparant les deux plaques (m),

U_{max} est la vitesse maximale de la plaque en mouvement (m/s).

Dans ce cas,

$$\dot{\gamma} = \frac{\text{Différence de vitesse entre les deux plaques}}{\text{entrefer}} = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \gamma \quad (4.23)$$

où

$\dot{\gamma}$ est le gradient de vitesse (1/s)

Le gradient de vitesse est aussi appelé ‘taux de cisaillement’. La déformation peut donc être calculée en intégrant le taux de cisaillement

$$\gamma = \int_{t_1}^{t_2} \dot{\gamma} dt \quad (4.24)$$

Chapitre 5 Méthodologie

Dans cette section, la méthode employée pour flocculer la boue utilisée dans les essais d'épaississements est présentée. Cette section décrit également les montages employés, les variables analysées et le protocole expérimental complet.

Le but de la première section est de mesurer les propriétés rhéologiques de la boue et son épaississement suite à l'application de déformation.

La seconde section consiste à incorporer les différentes équations obtenues dans la précédente section sur le comportement de la boue dans un logiciel de simulation afin d'obtenir un outil permettant de prédire l'augmentation de densité de la boue dans le temps en fonction du cisaillement appliqué.

5.1 Section expérimentale

L'épaississement de la boue dépend de ses propriétés rhéologiques. Pour étudier l'effet dû au cisaillement seul, ces propriétés ne doivent pas varier pendant les essais. Les facteurs qui influent sur les propriétés rhéologiques doivent donc être contrôlés.

5.1.1 Température

La température influence les propriétés de la boue et par conséquent joue un rôle dans son épaississement par cisaillement. Néanmoins, il est très difficile de tenir compte de la variation de ce paramètre. Pour limiter les variations, les essais sont effectués à température constante.

5.1.2 Type de boue

Les propriétés rhéologiques de la boue dépendent évidemment du mélange de différentes bauxites utilisées. Le même type de boue est utilisé pour l'ensemble des essais afin de minimiser la variation des résultats due à un changement de propriétés rhéologiques d'une boue différente.

5.1.3 Dosage et type de flocculant dans la boue

Les propriétés rhéologiques d'une boue flocculée dépendent aussi de la nature et la concentration du flocculant. Plusieurs flocculants synthétiques sont disponibles sur le marché. Les flocculants utilisés par les alumineries dans la décantation des résidus de bauxite sont principalement des copolymères anioniques d'acrylamide et d'acrylate de sodium. Ils sont très efficaces pour flocculer une suspension de boue rouge et de liqueur Bayer. La concentration de la solution de polymères utilisée pour flocculer la suspension de boue au cours des essais est de 0.050% poids/poids et le temps de vieillissement de la solution est de 24 heures. Un dosage de 60 g/t de flocculant (ALT80VHM) a été retenu parce qu'il est typique de celui utilisé en usine.

5.1.4 Dilution initiale de la boue dans les cylindres de floculation

Suite à plusieurs essais de dilution initiale de la boue, une concentration solide de 75 g/l a permis d'obtenir la meilleure floculation à 60g/t (vitesse de sédimentation plus rapide, surnageant plus clair).

La floculation de la boue s'effectue dans des cylindres de 10 litres. La boue disponible au laboratoire est entreposée avec une fraction solide de 44% p/p et contient une liqueur d'une causticité de 20 g/l. La méthode consiste à verser 1,15 litre de boue concentrée dans le cylindre. Le cylindre est ensuite rempli avec une liqueur de caustique à 20 g/l. Trois injections de flocculant de 30 ml chacune, totalisant 90 ml, sont effectuées afin d'obtenir une bonne floculation. Les cylindres sont ensuite laissés au repos pendant 3 heures pour permettre la sédimentation complète et la compaction gravitationnelle du lit de boue. Le liquide surnageant est ensuite retiré à l'aide d'une pompe. La boue floculée obtenue a une fraction solide de 41 +/- 1% p/p.



Figure 38. Préparation de la boue

5.1.5 Point de gel et limite d'élasticité en compression

Le point de gel (φ_g) correspond à la fraction solide minimale où la suspension peut supporter une charge non nulle. Le point de gel dépend de la nature de la suspension qui a sédimenté, du mécanisme de sédimentation, du temps de tassement, de la boue produite et de la température.

Le point de gel se situe à l'interface entre le lit de la boue sédimentée et le liquide surnageant. Au point de gel, la boue ne supporte aucune charge. Il est impossible de mesurer directement le point de gel parce que cette couche de boue est très mince. La méthode proposée par Usher [40] permet d'approximer ce point, elle consiste à verser différentes quantités de boue floculée ayant la même fraction solide initiale dans plusieurs cylindres gradués. Un délai minimal d'une semaine est recommandé avant de mesurer la hauteur finale de la suspension. Avec la hauteur initiale, la hauteur finale et la concentration initiale de la boue il est possible de calculer la concentration finale moyenne présente dans chacun des cylindres :

$$h_f \varphi_f = h_0 \varphi_0 \quad (5.1)$$

où

φ_0 est la fraction volumique initiale (%v/v),

h_0 est la hauteur de boue initiale (cm),

φ_f est la fraction volumique finale (%v/v),

h_f est la hauteur de boue finale (cm).

Z est la hauteur par rapport au fond (cm)

ϕ_{max} est la fraction volumique maximale au fond du cylindre (% v/v)

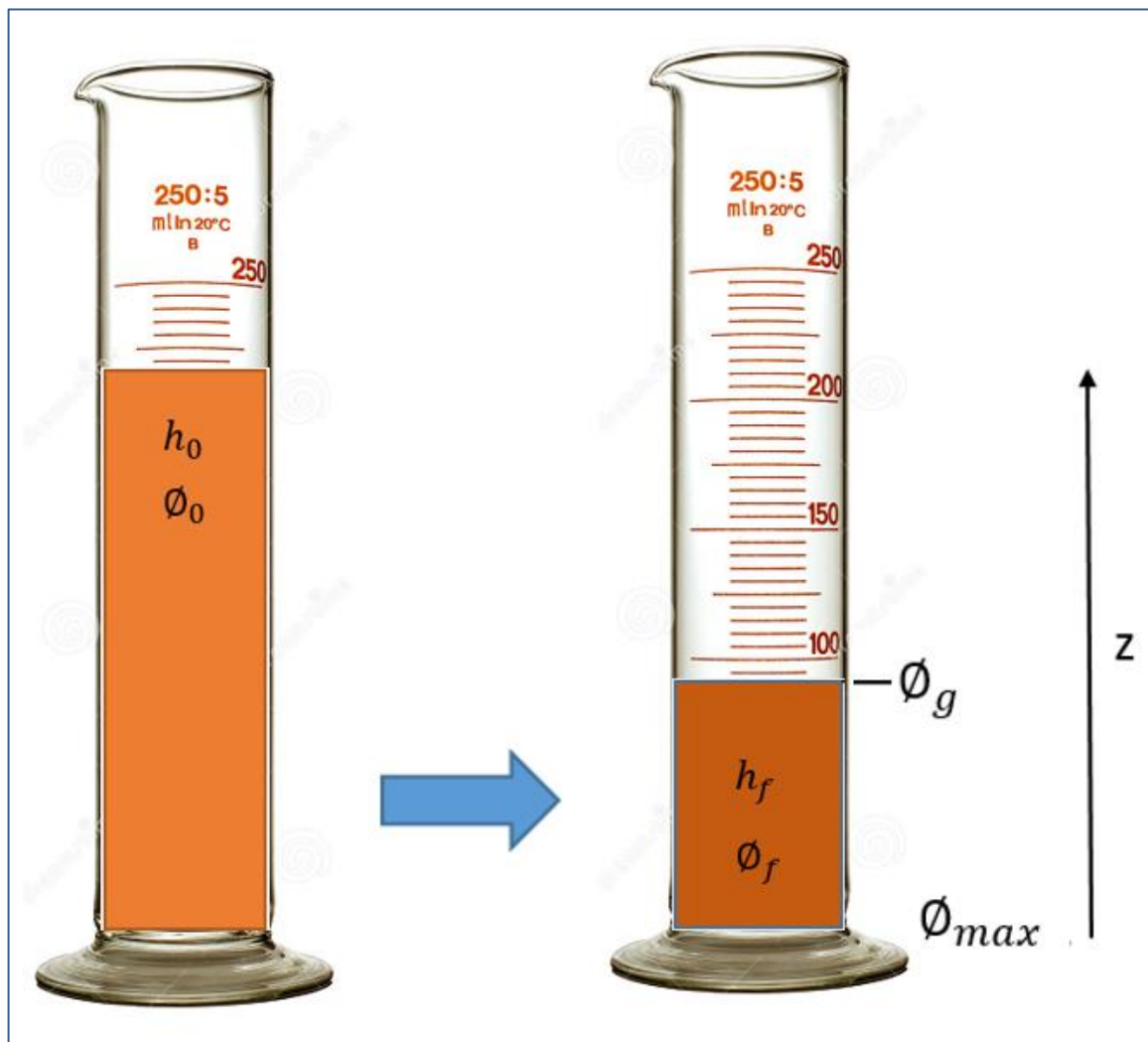


Figure 39. Hauteur du lit de boue initial par rapport au lit de boue final

La pression exercée au fond du cylindre par la colonne de boue peut ensuite être calculée et un graphique de la concentration moyenne en fonction de cette pression est tracé.

$$P_{base} = \Delta\rho g \phi_0 h_0 \quad (5.2)$$

où

P_{base} est la pression exercée par la colonne de boue au fond du cylindre (Pa)

$\Delta\rho$ est la différence de densité entre le solide et le liquide (kg/m³),

g est la constante d'accélération gravitationnelle (m/s²).

Un graphique de la fraction solide ϕ_f en fonction de la pression P_{base} est tracé. La courbe obtenue est extrapolée jusqu'à une pression nulle. La fraction solide correspondant à cette pression nulle est une estimation du point de gel. La pression calculée s'identifie aussi au seuil d'élasticité en compression (Figure 40).

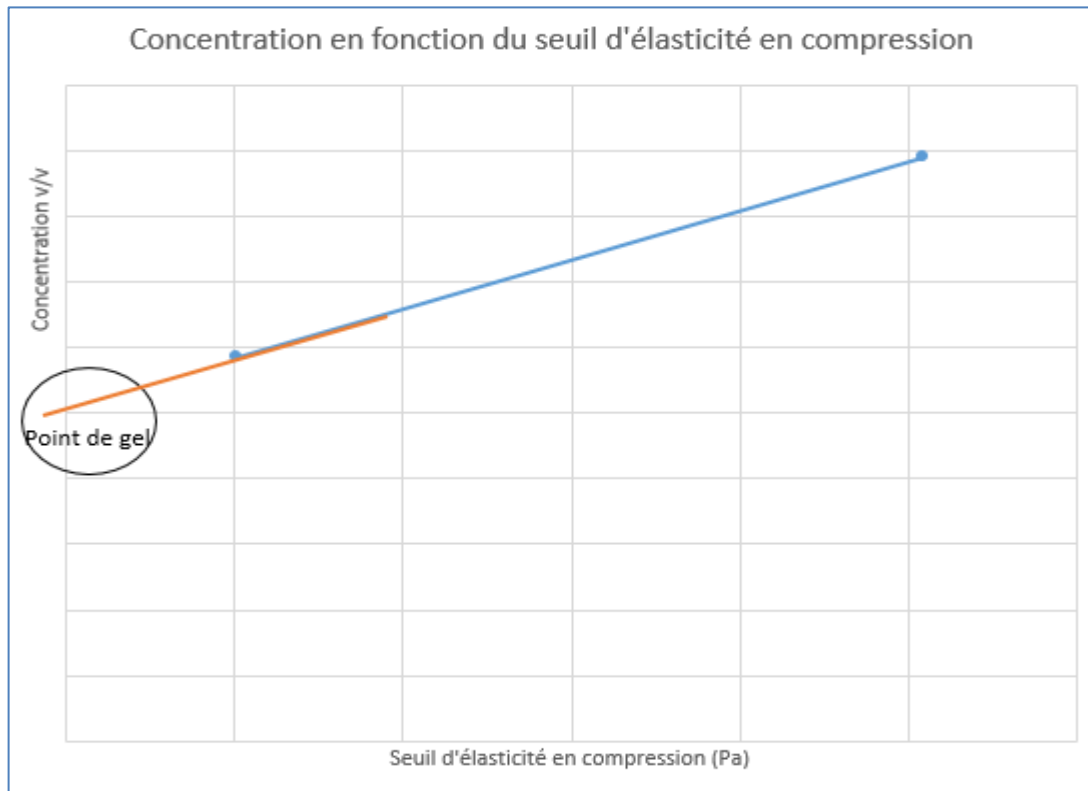


Figure 40. Extrapolation du point de gel

5.1.6 Calcul du profil de fraction solide dans un cylindre

La Figure 40 nous indique que la boue près du point de gel est très compressible. La sédimentation dans les cylindres ne permet pas d'obtenir des fractions volumiques supérieures à 20% v/v soit environ 40 % de fraction solide (% p/p). Gravel [41] présente un graphique de la limite d'élasticité en compression en fonction de la fraction solide pour des fractions solides supérieures à 50 (%p/p). La méthode employée par celui-ci ne permettait pas d'obtenir de résultat à une concentration inférieure à 50 (% p/p) (voir Figure 40).

En combinant les résultats obtenus à faible concentration solide avec les résultats de Gravel [41] entre 50-60 (%p/p), il est possible d'obtenir la limite d'élasticité en compression de la boue sur une plage de fraction solide s'étendant à partir du point de gel jusqu'à des fractions solides élevées (voir Figure 42).

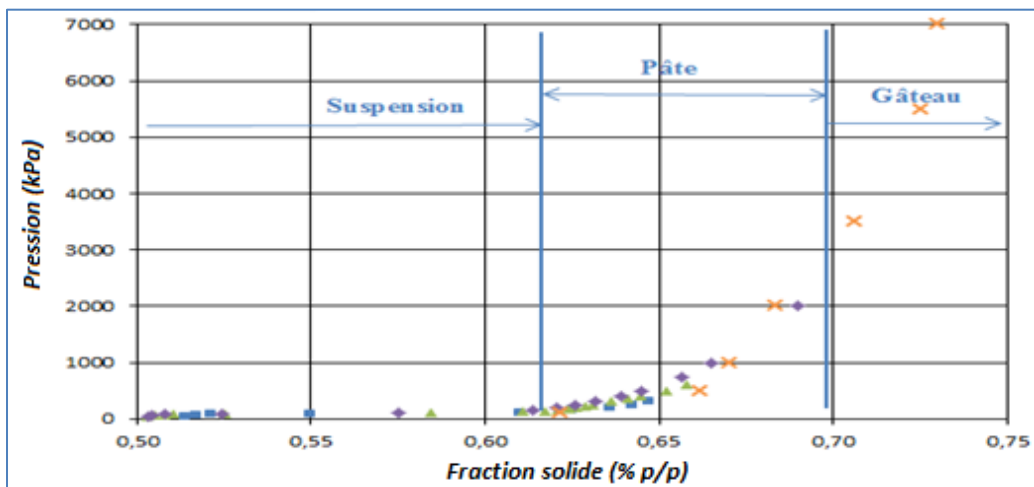


Figure 41. Limite d'élasticité en compression en fonction de la fraction solide massique de la boue rouge [41]

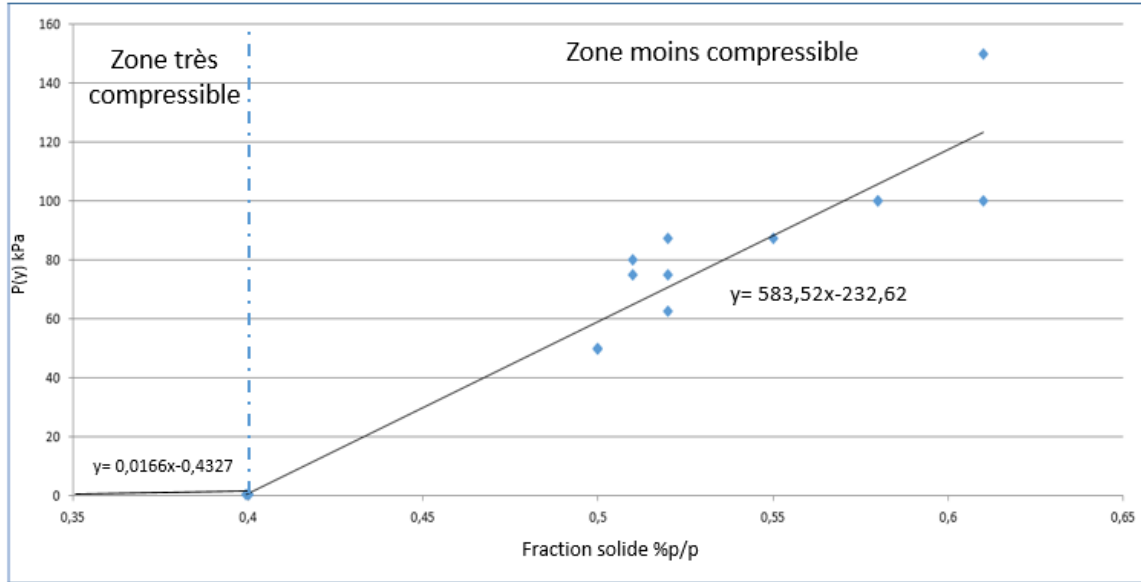


Figure 42. Force de compression en fonction de la fraction solide

La zone moins compressible de la Figure 42 correspond à la zone de suspension de la Figure 41 (du point de gel jusqu'à 40% p/p) tandis que la zone moins compressible correspond à une fraction solide au-delà de 40% p/p.

Selon les travaux de Usher [40], lors de la sédimentation des particules dans un cylindre gradué, les forces en jeux sont

$$R(\emptyset) \frac{\emptyset}{1-\emptyset} (u_d - v_f) + \frac{\partial P_y}{\partial z} + \Delta \rho g \emptyset = 0 \quad (5.3)$$

où

\emptyset est la fraction volumique du mélange (v/v),

u_d est la vitesse de descente des particules (m/s),

v_f est la vitesse de montée du fluide (m/s),

p_y est un seuil d'élasticité en compression de la boue (kPa),

z est la profondeur dans le lit de boue à partir du fond (m),

$\Delta\rho$ est la différence de densité entre la solide et le liquide (kg/m³),

g est la constante d'accélération gravitationnelle (m/s²),

$R(\emptyset)$ est une fonction du ralentissement de la sédimentation retardée,

Dans cette expression, $\frac{\partial p}{\partial z}$ est négatif car p_y diminue lorsque z augmente.

Lorsque que la sédimentation est terminée et que les particules sont à l'équilibre, les vitesses deviennent nulles et l'équation se simplifie à :

$$0 - \frac{\partial p_y}{\partial z} + \Delta\rho g\emptyset = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial z} = \Delta\rho g\emptyset \quad (5.5)$$

Le profil de la fraction solide en fonction de la profondeur dans le lit de boue du cylindre gradué peut être obtenu en intégrant cette équation. Expérimentalement, les fractions solides volumiques ne sont pas directement mesurables, mais les fractions massiques le sont. La fraction solide volumique peut être exprimée en terme de fraction massique X ,

$$\emptyset = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)\left(\frac{1}{X} - 1\right)} \quad (5.6)$$

En substituant dans l'équation 5.5, on obtient :

$$\frac{\partial p_y}{\partial z} = \frac{-(\Delta\rho)g}{1 + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)\left(\frac{1}{X} - 1\right)} \quad (5.7)$$

En appliquant la règle de la dérivation en chaîne au gradient du seuil d'élasticité en compression, on obtient le gradient de la fraction massique $\frac{\partial X}{\partial z}$.

$$\frac{\partial p_y}{\partial z} = \frac{\partial p_y}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial z} = m \frac{\partial X}{\partial z} \quad (5.8)$$

$\frac{\partial p}{\partial X}$ ou 'm' s'identifient aux pentes de régression de la Figure 42, avec une valeur de 0,0166

kPa/(% p/p) lorsque $X < 0,4$ et 583,52 kPa /(% p/p) lorsque $X > 0,4$. $\frac{\partial X}{\partial z}$ est négatif car X diminue quand Z augmente.

En substituant le $\frac{\partial p_y}{\partial z}$ dans l'équation 5.7 et en réarrangeant, on obtient :

$$\left[1 - \frac{\rho_s}{\rho_f} + \frac{\rho_s}{\rho_f \cdot X}\right] dX = \frac{-\Delta \rho g}{m} dz \quad (5.9)$$

Puis en intégrant,

$$X \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_f}\right) + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \ln X\right) = \frac{-\Delta \rho g}{m} z + c \quad (5.10)$$

Lorsque $z = h_f$, et $X = X_g$ (point de gel), alors

$$X_g \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_f}\right) + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \ln X_g\right) = \frac{-\Delta \rho g}{m} h_f + c \quad (5.11)$$

$$c = X_g \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_f}\right) + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \ln X_g\right) + \frac{\Delta \rho g}{m} h_f \quad (5.12)$$

En substituant cette valeur de C dans l'équation 5.10,

$$X \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \ln X \right) = \frac{-\Delta \rho g}{m} z + X_g \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \ln X_g \right) + \frac{\Delta \rho g}{m} h_f \quad (5.13)$$

$$(X - X_g) \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) + \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right) \ln \left(\frac{X}{X_g} \right) = \frac{\Delta \rho g}{m} (h_f - z) \quad (5.14)$$

$$Z = h_f - \frac{m}{\Delta \rho g} \left[\frac{\rho_f - \rho_s}{\rho_f} (X - X_g) + \frac{\rho_s}{\rho_f} \ln \frac{X}{X_g} \right] \quad (5.15)$$

$$Z = h_f - \frac{m}{g} \left[\frac{\rho_f - \rho_s}{\Delta \rho \cdot \rho_f} (X - X_g) + \frac{\rho_s}{\Delta \rho \cdot \rho_f} \ln \frac{X}{X_g} \right] \quad (5.16)$$

$$Z = h_f - \frac{m}{\rho_f \cdot g} \left[-(X - X_g) + \frac{\rho_s}{\Delta \rho} \ln \frac{X}{X_g} \right] \quad (5.17)$$

$$Z = h_f - \frac{m}{\rho_f \cdot g} \left[(X_g - X) + \frac{\rho_s}{\Delta \rho} \ln \frac{X}{X_g} \right] \quad (5.18)$$

5.1.7 Tableau de la fraction solide en fonction de la profondeur dans le lit boue

L'équation 5.18 est utilisée avec les pentes de la Figure 42 pour dresser un tableau du profil de la fraction solide d'un lit de boue de 10 cm d'épaisseur.

Tableau 4. Tableau de la fraction solide (estimée) en fonction de la profondeur dans le lit de boue (Z)

Tableau de la fraction solide en fonction de la profondeur dans le lit de boue		
Fraction solide %p/p	Distance en [mm] du fond	
0,257	100	Xg
0,285	99,0	
0,3	98,0	
0,315	97,0	
0,33	96,2	
0,345	95,4	
0,36	94,6	
0,375	93,9	
0,39	93,2	
0,4	92,7	
0,4	80	
0,4	70	
0,4	60	
0,4	50	
0,4	40	
0,4	30	
0,4	20	
0,4	10	
0,4	0	Xmax

La Figure 43 représente le cylindre gradué comportant le lit de boue. On remarque que la couche possédant une fraction solide inférieure à 40(% p/p) ne fait que 7mm d'épaisseur. En dessous de cette couche, la fraction solide stagne à 40(% p/p). Cette valeur correspond

à la fraction solide de la boue produite par sédimentation en cylindre. La Figure 44 est le profil de la fraction solide dans le cylindre.

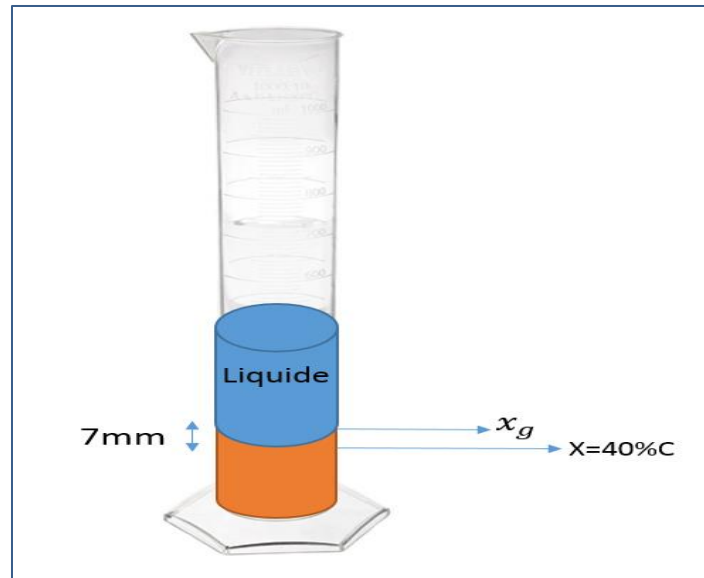


Figure 43 . Lit de boue présent dans le cylindre gradué

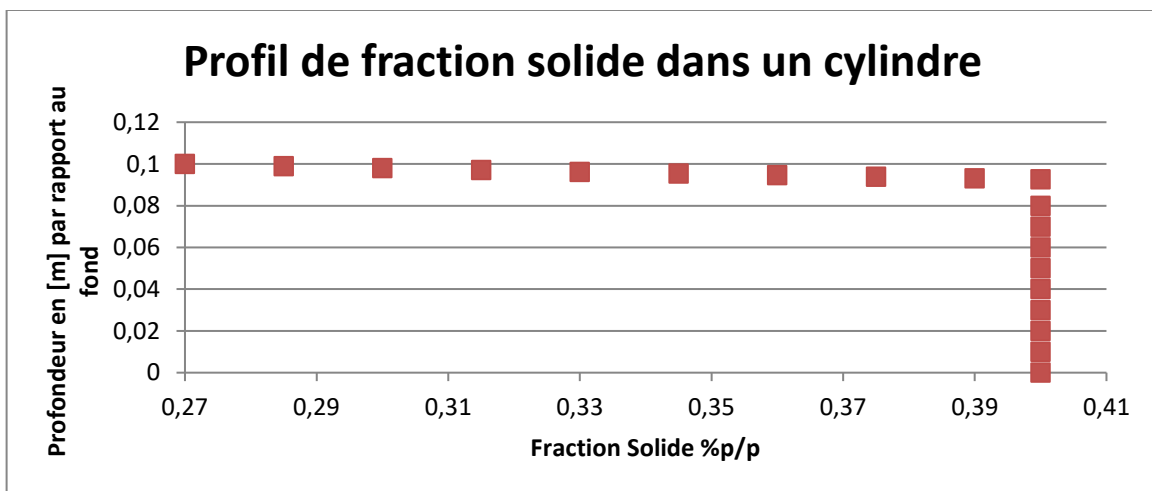


Figure 44. Profil de fraction solide dans un cylindre

5.1.8 La vitesse de sédimentation

La vitesse de sédimentation dépend de la nature de la suspension et de sa floculation. Elle fait partie des propriétés de la sédimentation. Elle n'intervient pas directement dans le processus d'épaississement. Elle est mesurée pour s'assurer que la boue produite est typique de celle des usines.

La vitesse de sédimentation est mesurée par le test du cylindre [2]. Le test du cylindre (voir Figure 45) consiste à chronométrer la descente de l'interface entre le surnageant et la suspension entre deux marques d'un cylindre. La vitesse de sédimentation est donnée par :

$$V = \frac{d_m}{t} \quad (5.19)$$

où

d_m est l'écart entre les deux marques (m),

t est le temps chronométré (s).

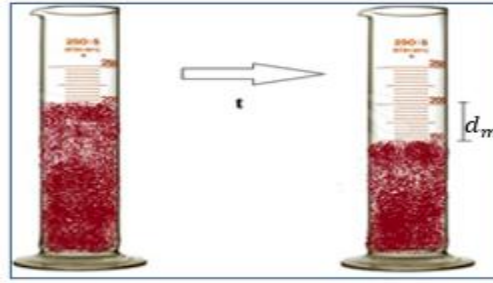


Figure 45. Essai en cylindre

En usine, la vitesse de sédimentation est exprimée en mètre par heure. La vitesse de sédimentation s'ajuste en variant le dosage de flocculant. Le dosage représente la quantité de polymères actifs nécessaire pour flocculer une tonne métrique de matière sèche. Il est exprimé en gramme par tonne. Le dosage est un paramètre important pour l'industrie, car il permet d'évaluer les coûts de la floculation. Tel qu'indiquer dans la section 5.1.4, le dosage utilisé pour la floculation est de 60 g/t, ce qui permet d'obtenir une vitesse de sédimentation de 12 m/h.

5.2 Le montage expérimental des essais d'épaississement par cisaillement

Le défi dans l'élaboration du montage fut le besoin de n'avoir aucune structure émergeant de la surface de la boue. La présence de structure métallique émergeant du lit de boue modifie le mode de migration du liquide vers la surface pendant l'épaississement. L'épaississement dû au cisaillement seul est désiré. Un système de traction par aimantation fût mis en place afin de permettre la mise en mouvement de rotor dans le réservoir en évitant l'utilisation de tige de traction.

Le second défi fut de mettre au point une méthode de mesure de la déformation induite par cisaillement. La méthode de mesure sera décrite plus tard dans cette section.

5.2.1 Description du montage

Le montage expérimental est constitué de deux sections. La section supérieure est composée de deux cylindres concentriques non magnétiques de diamètres différents, soit 225 millimètres par 100 millimètres de hauteur pour le cylindre intérieur et 338 millimètres par 100 millimètres de hauteur pour le cylindre extérieur. La différence de diamètres permet d'obtenir un anneau parfaitement cylindrique entre les parois. Ce canal circulaire constitue le réservoir. Le cylindre extérieur est en acrylique afin de permettre une analyse visuelle des phénomènes d'épaississement. Un ruban à mesurer est fixé sur le cylindre extérieur comme référence de longueur. La capacité du réservoir est de 2 litres. Une, deux ou quatre billes ou $\frac{1}{2}$ billes métalliques, diamétralement opposées, sont installées. Ces billes constituent les rotors. Une fois les rotors en place, la boue floculée est lentement versée dans le réservoir jusqu'à le remplir complètement.

La section inférieure comporte un plateau non magnétique, la motorisation ainsi que la boîte de vitesses. Il est possible d'ajuster précisément la vitesse de rotation qui varie de 0,5 rpm à 5 rpm correspondant à une vitesse de 0,79 cm/s à 4 cm/s du plateau relié à cette motorisation. Ce plateau comporte quatre aimants, qui retiennent magnétiquement les rotors d'acier installés dans la partie du haut, permettant la révolution des rotors avec la

rotation du plateau. Cette traction magnétique permet d'éliminer l'usage de tiges de traction dont la présence complique grandement l'analyse des données. Afin de pouvoir augmenter la quantité de boue présente dans le réservoir, un second anneau peut être fixé au premier. La capacité du réservoir passe alors à 6 litres. Le montage est représenté selon différents angles de vue à la Figure 46.

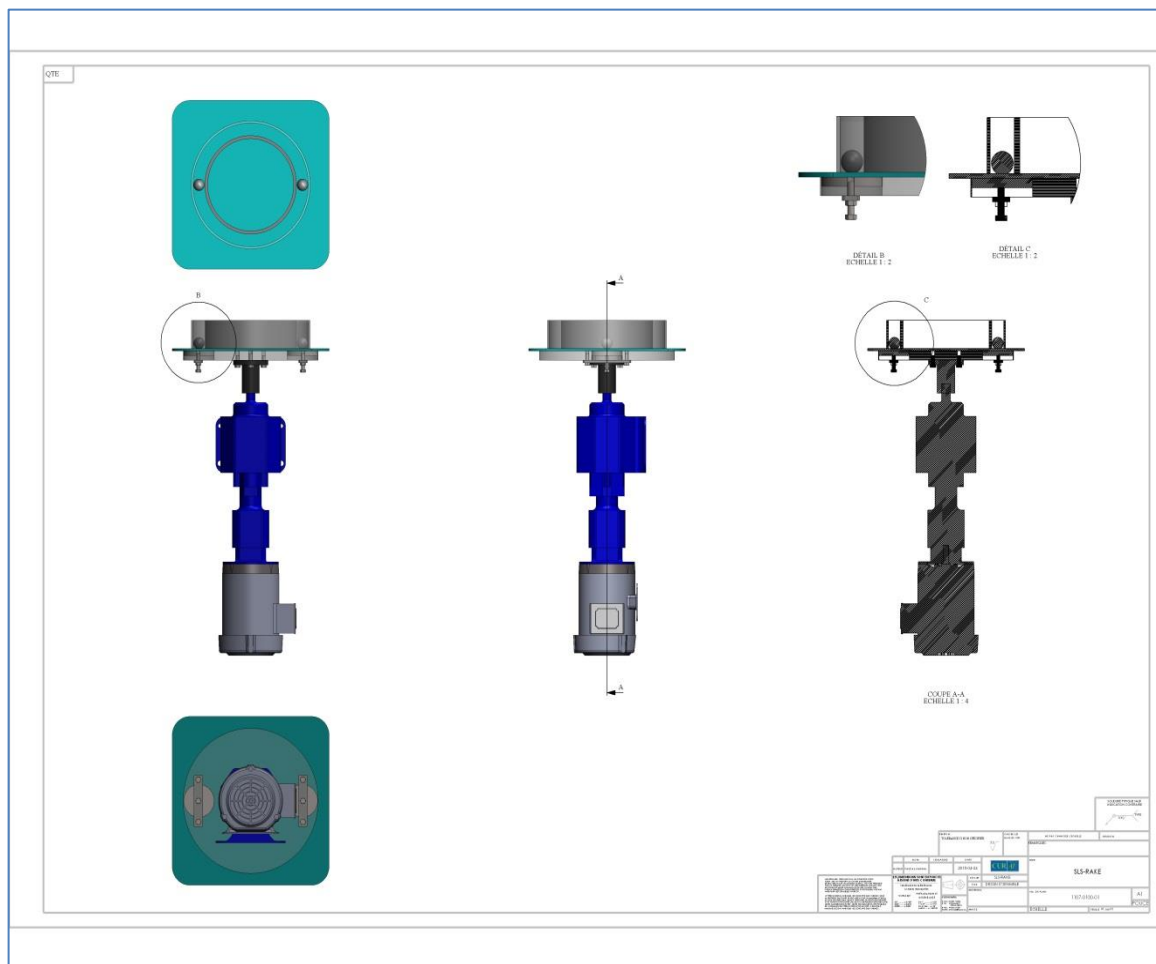


Figure 46. Montage expérimental

Une des étapes du projet consiste à mettre en place un système d'acquisition de données, afin de pouvoir observer la déformation induite par le rotor. Une caméra haute définition

couplée à un enregistreur vidéo et un système d'éclairage semi-professionnel ont été utilisés à cette fin. Grâce à la transparence de la paroi extérieure du réservoir, il fut possible de filmer l'ensemble de l'essai sous forme de séquences. Chaque séquence est un passage du rotor. Ces séquences sont enregistrées aux mêmes intervalles que l'échantillonnage de la fraction solide, c'est-à-dire aux 10 minutes. Les vidéos sont ensuite coupées et retravaillées afin de retirer toute partie inutile.

La Figure 47 représente le système d'acquisition de vidéo pendant un essai.

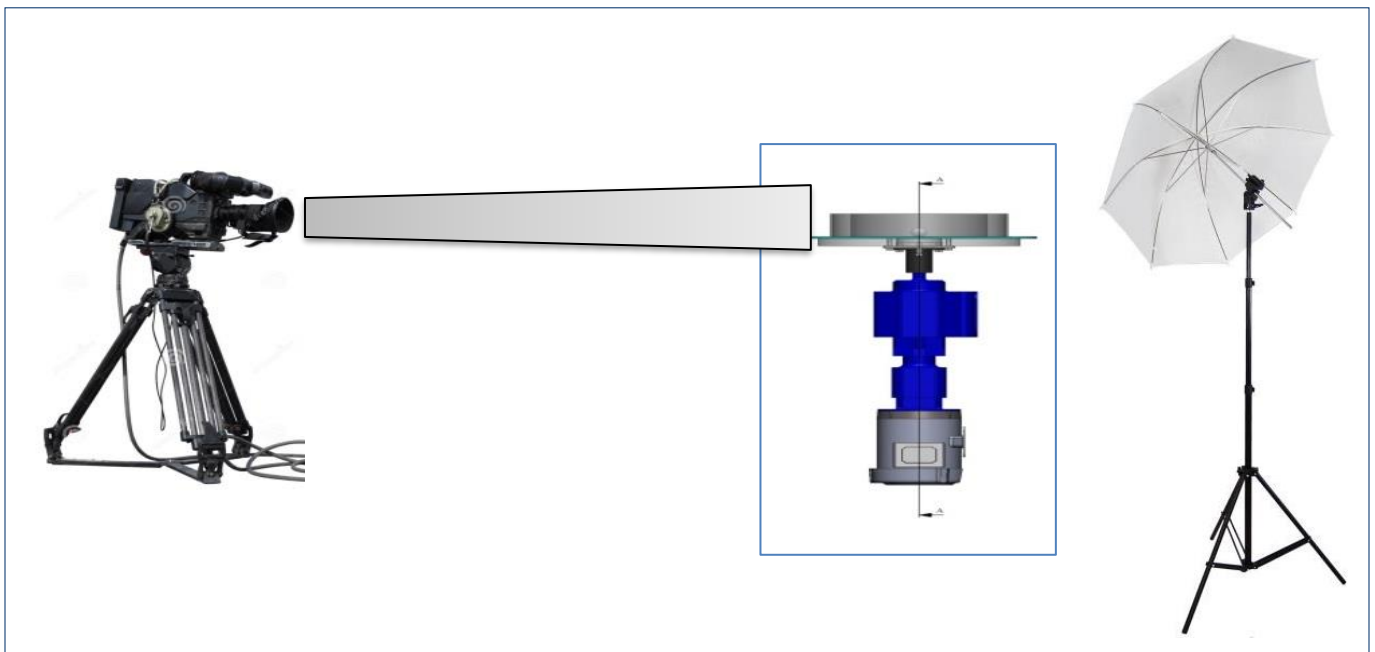


Figure 47. Installation de la caméra et du système d'éclairage autour du montage

5.2.2 Structure métallique présente dans le montage expérimental



	½ bille	1 bille pleine
		
Diamètre	3 cm	3 cm
Volume	7,06 cm ³	14,13 cm ³

Figure 48. Structure métallique présente dans le montage expérimental

Deux types de rotors ont été employés dans le système : une demi-bille et une bille pleine. Plus le volume du rotor en mouvement dans la boue est grand, plus il déplace de la boue. Ainsi la déformation est plus grande lorsque le rotor est plus volumineux. L'équation d'épaississement proposée plus loin reste cependant valide peu importe le type de rotor employé dans le montage puisqu'elle utilise directement la déformation induite et non le volume du rotor.

5.2.3 Différentes configurations utilisées lors des essais

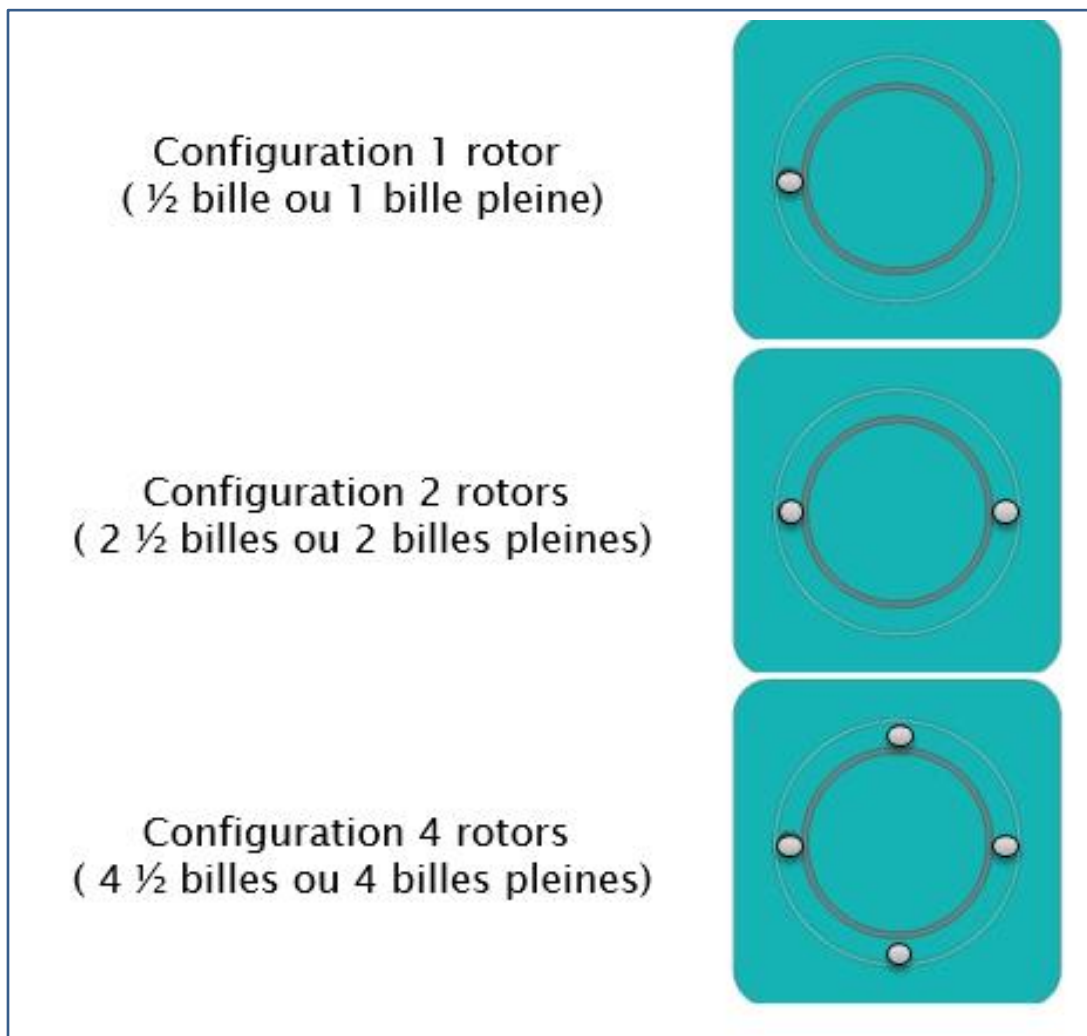


Figure 49. Configurations des rotors

Dépendamment de l'essai réalisé, les configurations des rotors varient (Figure 49). Le nombre et la forme des rotors dans le montage expérimental affectent la quantité de déformation induite dans la boue par rotation.

Les paramètres fixés dans les différents essais réalisés sont : le type de boue, le dosage de floculant, la dilution initiale de la boue avant sa floculation et la température.

Les paramètres variables sont : la durée d'un essai, la vitesse de rotation du rotor, la quantité de boue présente dans le montage ainsi que la géométrie du rotor.

Les paramètres qui sont mesurés sont : la déformation, le temps d'application de la déformation, la fraction solide, la viscosité et le seuil de cisaillement.

5.3 Déformation de la boue

La déformation et son temps d'application sont responsables de l'épaississement de la boue par cisaillement [65]. La façon d'observer et de quantifier la déformation induite dans la boue constitue l'une des deux grandes originalités de cette thèse.

5.4 La quantité de boue présente dans le montage

Le niveau de boue au-dessus du rotor peut avoir un impact sur l'épaississement de la boue en changeant le poids que la structure de la boue doit supporter et en modifiant la percolation du liquide à travers la structure de la boue. Des essais seront effectués avec deux niveaux de boue.

5.5 La durée d'un essai

La durée d'un essai varie entre 1 et 2 h.

5.6 La vitesse de rotation du système

La déformation de la boue devrait augmenter avec le cisaillement. La vitesse du rotor pendant un essai devrait donc avoir un effet. C'est pourquoi des essais seront effectués à différentes vitesses de rotation.

5.7 Mesure de la déformation dans la boue

Une des premières observations réalisées lors de l'opération du montage est que le volume de boue déformée est largement supérieur au volume du rotor. Dans le cas de la demi-bille, toute l'épaisseur du lit de boue (10 cm) présent dans le petit montage est affectée. L'extension horizontale de la zone de cisaillement est également largement plus grande que le diamètre de la bille, étant environ deux fois plus grande à l'avant qu'à l'arrière du rotor. La flèche bleue représente le sens de rotation (la trajectoire du rotor) dans la Figure 50.

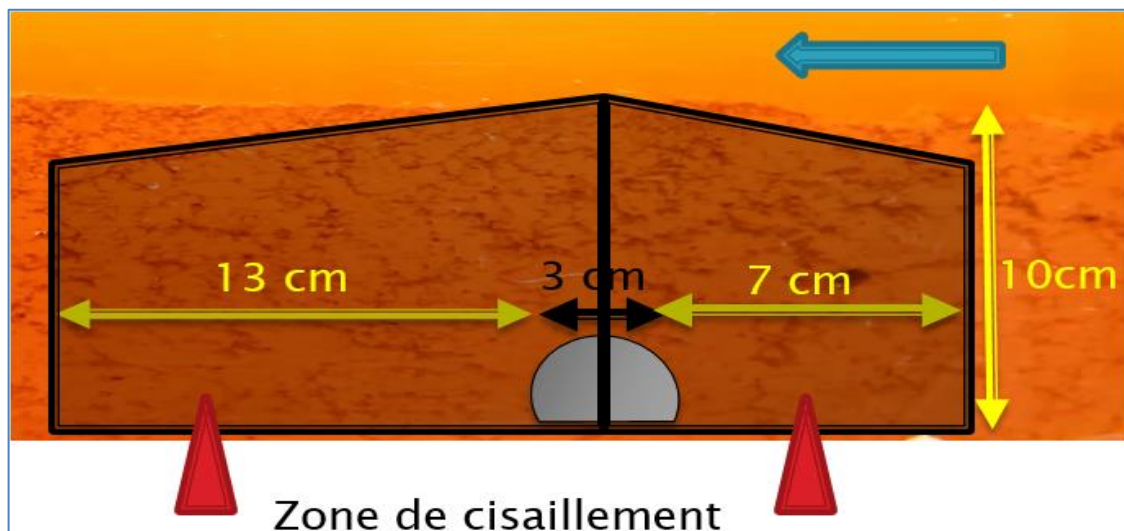


Figure 50. Zone de boue affectée par une demi-bille

Dans le cas de la bille pleine, les deux anneaux supérieurs doivent être utilisés, car l'épaisseur de la boue affectée est d'environ 20 cm, soit le double de la demi-bille. L'extension horizontale de la zone de cisaillement reste identique.

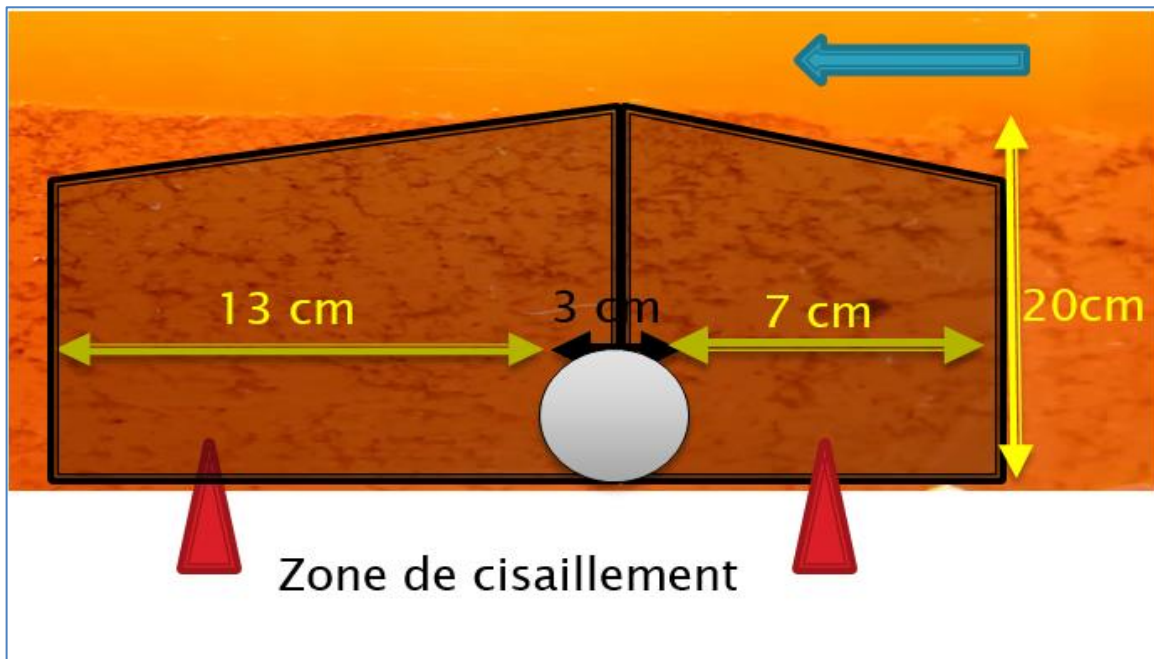


Figure 51. Zone de boue affectée par une bille pleine

5.7.1 Trajectoire d'un volume de boue subissant une déformation

Grâce au logiciel de reconnaissance vidéo, la trajectoire typique d'un volume de boue dans la zone de cisaillement a pu être observée. Ce volume de boue est d'abord poussé légèrement vers l'avant puis soulevé par le passage du rotor. Une fois le rotor suffisamment avancé, ce volume redescend. La trajectoire complète est représentée par la ligne jaune de la Figure 52. Cette trajectoire a une forme semblable à une virgule. Les observations visuelles ont également confirmé l'analyse du logiciel de reconnaissance vidéo : la

trajectoire suivie par la boue décrivait cette forme, peu importe la vitesse de système. Cette trajectoire n'est pas surprenante puisque la trajectoire d'une goutte d'eau déplacée par l'action des vagues est circulaire [66].

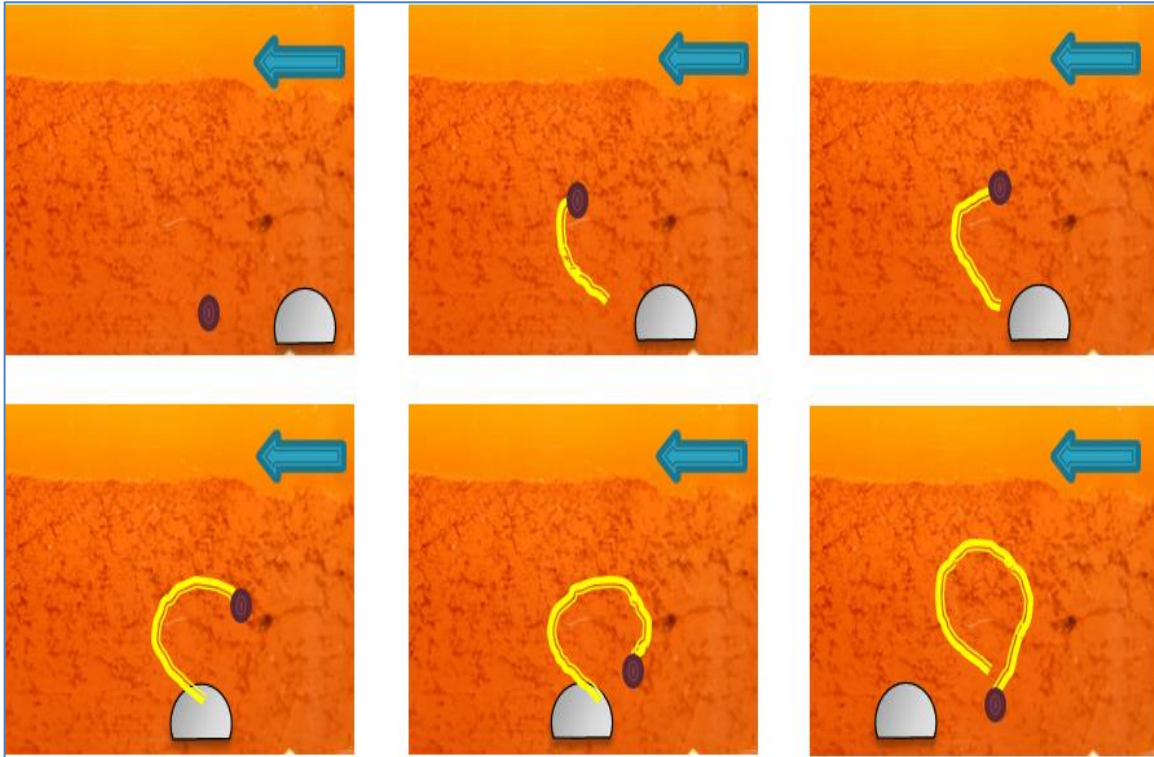


Figure 52. Trajectoire de la boue suite au passage du rotor

5.7.2 Vitesse de déformation du volume de boue

La vitesse d'un volume de boue varie le long de la trajectoire décrite dans la section précédente. La montée du volume de boue a lieu à faible vitesse, son déplacement horizontal à une vitesse similaire à celle du rotor et sa descente à une vitesse beaucoup plus élevée. Ce comportement est observé quelle que soit la vitesse du rotor.

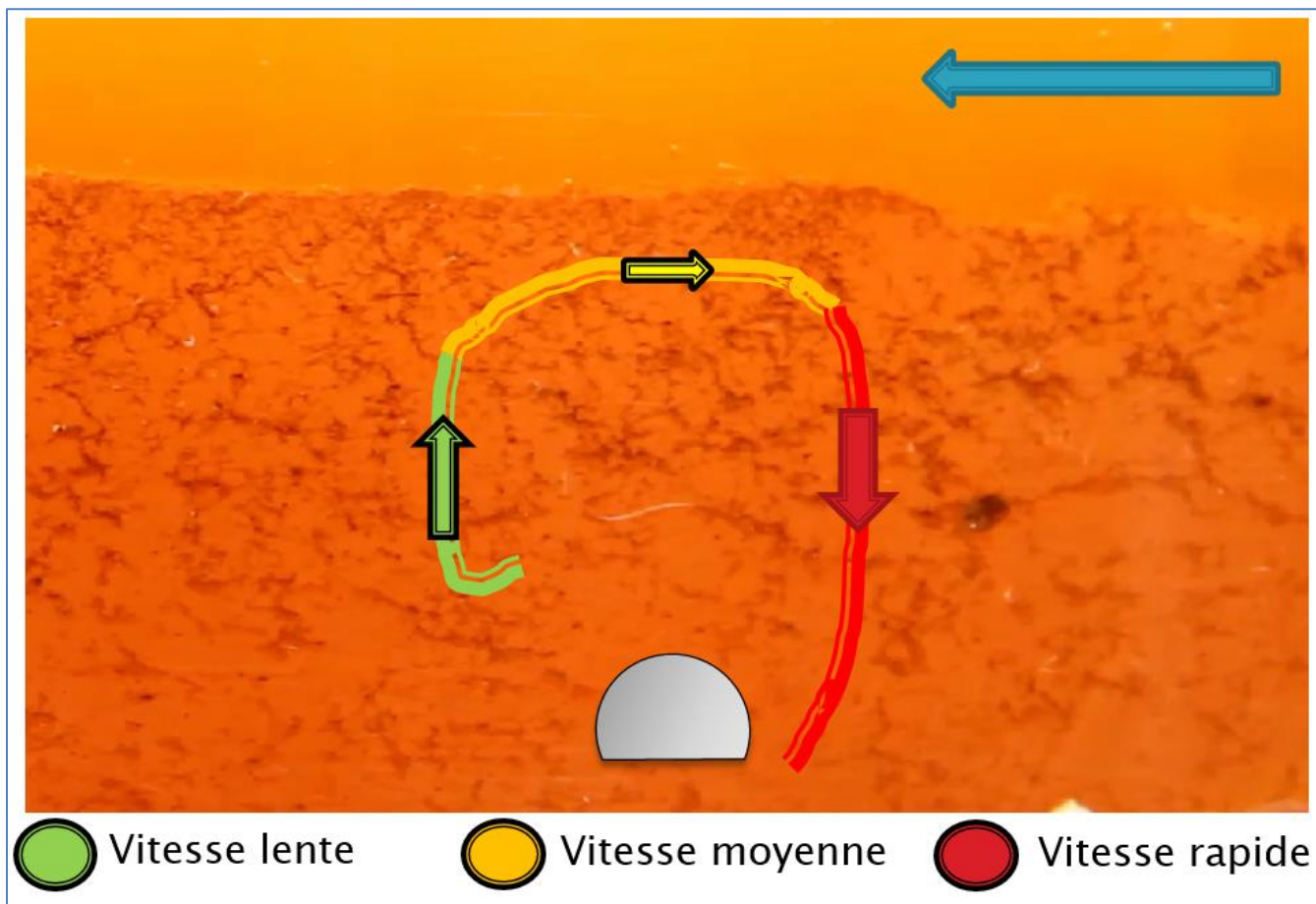


Figure 53. Différentes vitesses de déformation de la boue

5.8 Analyse des prises de vue

La déformation est évaluée à l'aide du logiciel de traitement vidéo Tracker. Le logiciel permet de choisir un point de l'image. Cette image est analysée pendant tout le temps du passage de la bille en suivant un groupe de particules avoisinant ce point en fournissant leurs coordonnées en fonction du temps. L'intervalle de temps entre chaque image analysée est déterminé par l'utilisateur. Un ruban gradué est fixé sur la partie supérieure du montage pour étalonner l'échelle de l'image. Puisque le logiciel fournit des coordonnées spatiales du centroïde du volume de contrôle, ce repère permet d'associer la dimension réelle de l'image des axes de coordonnées. L'échelle des axes de coordonnées varie en fonction de la position de la caméra qui varie d'un essai à l'autre. Chaque vidéo doit être étalonnée en utilisant le ruban gradué. Afin de minimiser la distorsion due au rayon de courbure du ruban gradué, la partie du ruban gradué utilisée pour l'étalonnage doit être normale à l'axe de visée de la caméra. L'image est étalonnée en mesurant directement la distance entre des pixels à l'aide du ruban (Figure 54).

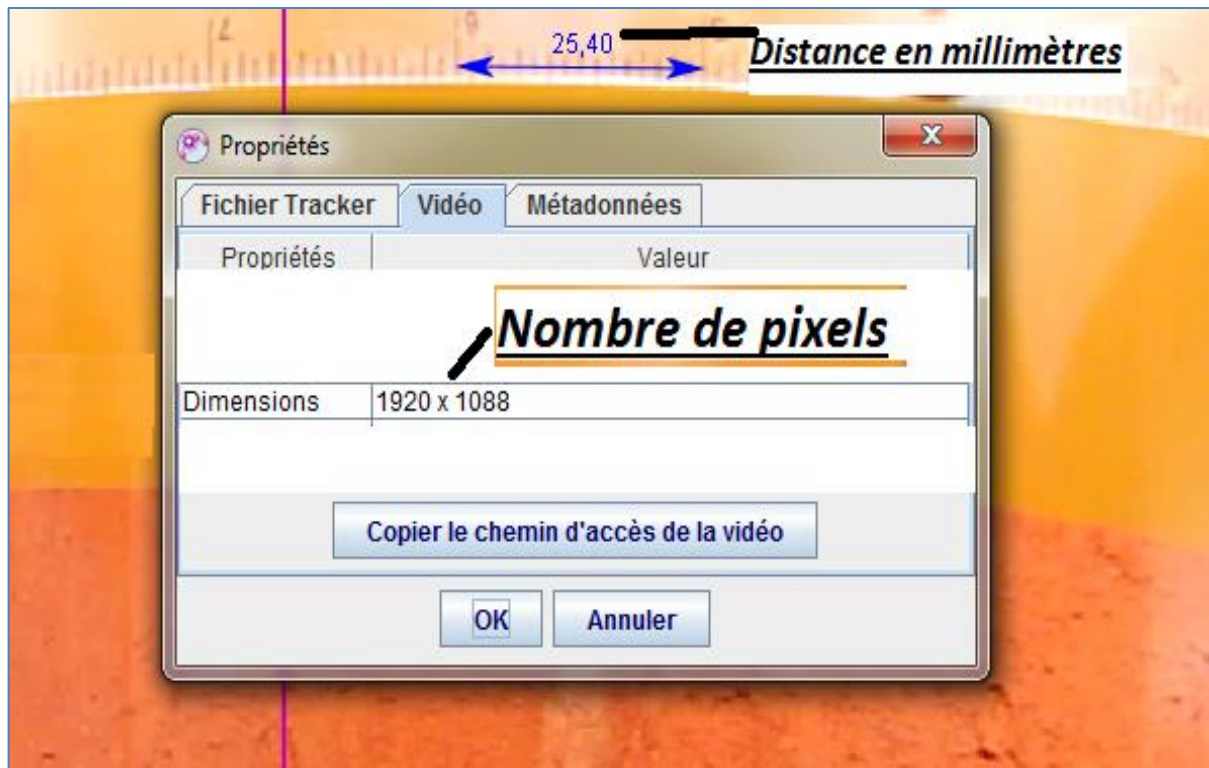


Figure 54. Étalonnage de l'image

Après l'étalonnage, le gradient de déplacement d'un point central de l'image doit être calculé. Ce point central, situé à 28mm du fond du réservoir, est dans la zone avoisinant le passage d'une structure métallique et est directement aligné avec l'objectif de la caméra afin d'éviter les distorsions dues au rayon de courbure du réservoir. Le logiciel procède par reconnaissance des pixels pour déterminer les déplacements. Pour ce faire, l'utilisateur détermine la région de l'image qui doit être reconnue, appelée gabarit, et le pas de temps du déplacement. Ce pas de temps est entré dans le logiciel en spécifiant le nombre d'images que la caméra capte pendant cet intervalle. Par exemple, si le saut d'images est réglé à 10, le logiciel procédera à une analyse à chaque 10 images de la vidéo. À chaque pas de temps le logiciel tente d'obtenir une concordance du gabarit. Puisque le système est en

mouvement, le gabarit reconnu n'est pas situé exactement à la même position que le gabarit initial. De plus, la forme du gabarit évolue lentement. Le nouveau gabarit devient le gabarit initial pour l'itération suivante et ainsi de suite. La position du centre de chaque gabarit est tracé afin de localiser son déplacement. Le logiciel dresse un tableau des coordonnées du point central de chaque gabarit. Il est possible de régler le taux d'évolution et le niveau de repérage de la concordance des gabarits afin d'accepter plus ou moins de différence entre différents gabarits successifs. Lorsque les images varient peu, les déformations étant très faibles, un niveau sévère de concordance et un taux d'évolution faible sont choisis afin d'obtenir une précision suffisante. Cependant, lorsque les images varient beaucoup, les déformations engendrées sont beaucoup plus grandes et il est recommandé d'utiliser un niveau de concordance moins sévère et un taux d'évolution plus grand. Un taux d'évolution trop grand combiné avec un niveau de concordance trop faible risque d'entraîner des résultats erronés parfois complètement en dehors de la zone de recherche. Par contre, un niveau de concordance trop sévère et un taux d'évolution trop faible peuvent entraîner le problème inverse, c'est-à-dire qu'aucune reconnaissance ne sera trouvée par le logiciel. Il est donc important de régler ces valeurs de manière à obtenir des résultats fiables. Chaque vidéo doit être analysée de manière différente selon l'ampleur de la variation d'images, leur netteté, l'éclairage et le contraste. Le référentiel fixe peut être n'importe où dans l'image. La figure suivante illustre le panneau de contrôle du repérage automatique du logiciel.

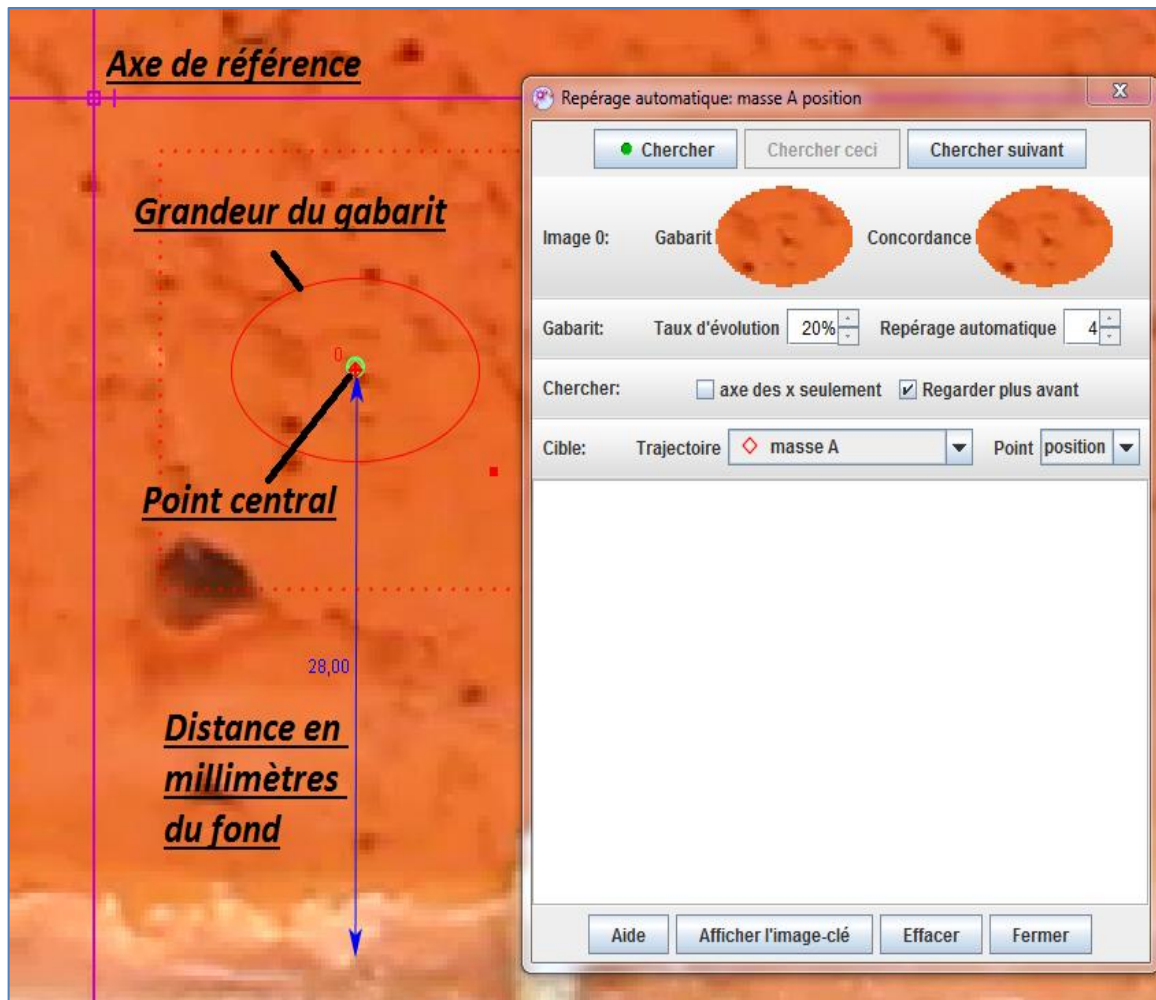


Figure 55. Repérage automatique du logiciel Tracker

5.9 Déformation optimale

La déformation étant un gradient, les déplacements mesurés à deux points légèrement distants l'un de l'autre sont requis. Lorsque la distance entre les points retenus devient trop grande, la valeur du gradient calculé a tendance à diminuer car le numérateur (la différence entre les déplacements) change peu et le dénominateur croît (la distance les points). De la même façon, lorsque la distance entre les points retenus devient trop petite, la valeur du

gradient calculé tend aussi à diminuer car le numérateur diminue plus vite que le dénominateur. Il existe donc un écart entre les points qui maximise le gradient calculé. Le gradient calculé maximal, qui est unique, est considéré plus représentatif du gradient réel.

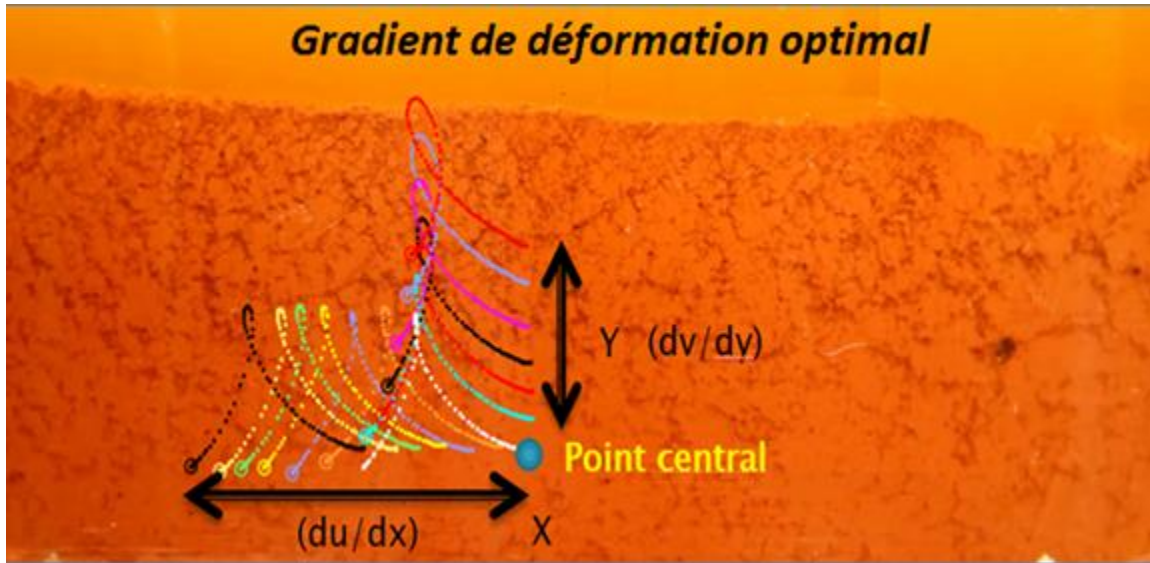


Figure 56. Gradient de déformation optimal

La méthode suivante (Figure 56) permet d'évaluer à l'aide d'un essai expérimental et d'une vidéo prise par le système d'acquisition l'écart optimal entre deux points pour calculer le gradient. Elle consiste à utiliser un point central à titre de référence. Par la suite, plusieurs points le long des axes sont sélectionnés. La déformation est ensuite calculée pour chacun des points par rapport au point central. L'écart du couple de points produisant la déformation la plus grande est considérée l'écart optimal. (Figures 57 et 58)

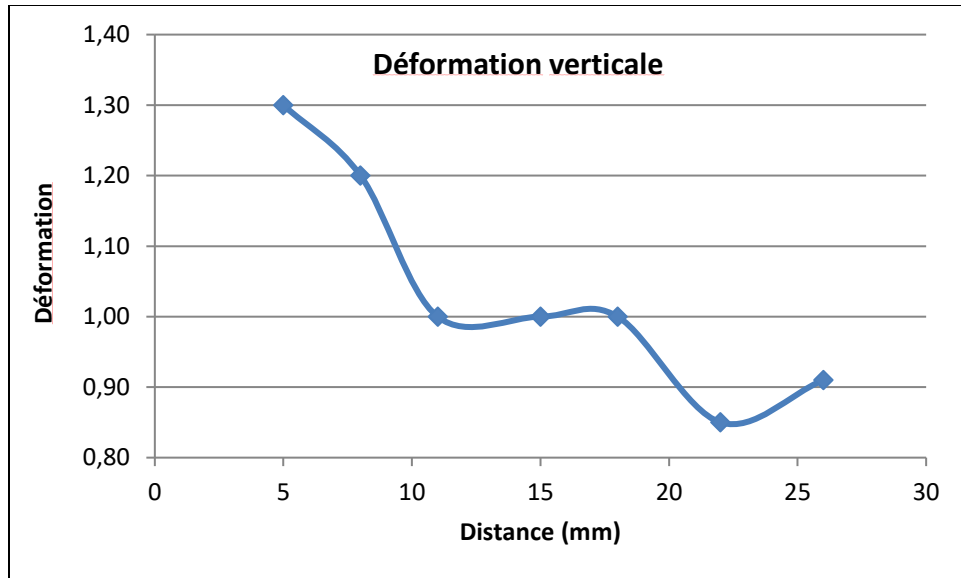


Figure 57. Déformation optimale verticale

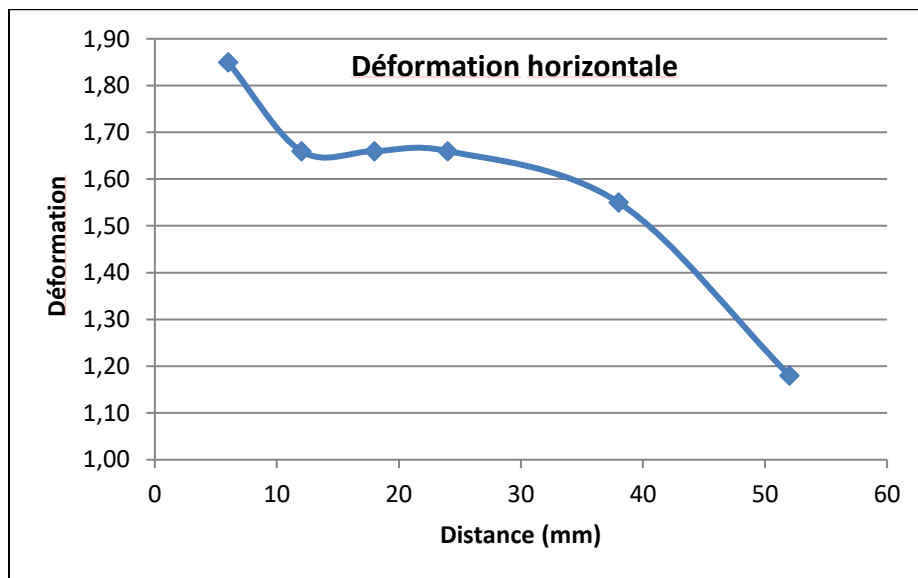


Figure 58. Déformation optimale horizontale

5.10 Méthode de triangulation

Pour augmenter la précision du calcul de la déformation, la moyenne des déformations évaluées avec cinq points avoisinant le point central est calculée. Moins de cinq points diminuent de beaucoup la précision tandis que plus de cinq points n'apportent pas un gain significatif au niveau de la précision. Ces cinq points forment initialement un rectangle de calcul entourant le point central (Figure 59). Ce motif se déforme pendant les itérations et devient un pentagone. Les distances de chaque point au point central sont les écarts optimaux pour chacun d'entre eux. Les écarts optimaux des quatre sommets sont calculés à l'aide du théorème de Pythagore (équation 5.20). À titre d'exemple, l'écart optimal le long des abscisses (x) est de 5mm et celui le long des ordonnées est de 7mm.

$$C^2 = A^2 + B^2 \quad (5.20)$$

où

C est l'écart optimal d'un sommet (mm),

A est l'écart optimal en abscisse (mm),

B est l'écart optimal en ordonnée (mm).

Soit :

$$C^2 = 5^2 + 7^2 \quad (5.21)$$

$$C = 8,6mm$$

L'angle entre les diagonales du rectangle et l'axe des ordonnées est

$$\sin \theta = \frac{5mm}{8,6mm} \quad (5.22)$$

$$\theta = 35,5^\circ$$

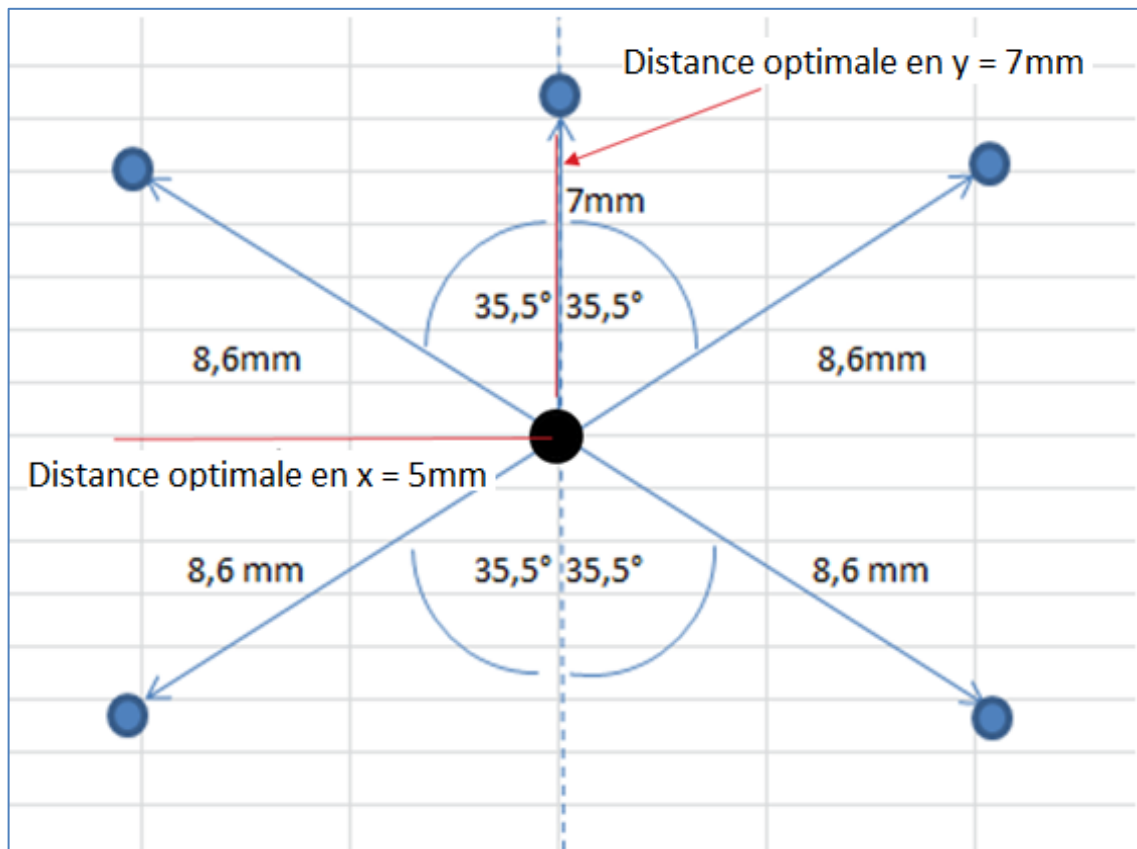


Figure 59. Distance optimale de chaque point autour du point central

Les points sont donc répartis uniformément à 8,6mm du point central et à un déphasage de 35,5 degrés par rapport à l'axe des ordonnées.

Les Figures 60 à 66 présentent les distances et angles optimaux permettant de maximiser la mesure de la déformation pour différentes configurations de rotors, forme de rotor et pour les différentes vitesses de rotation.

5.10.1 Déformation optimale 1 bille pleine, $\frac{1}{2}$ rpm

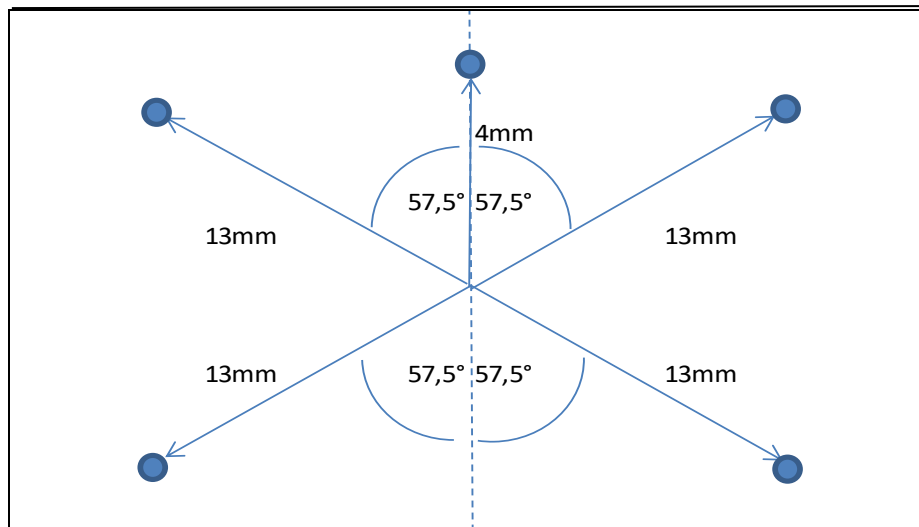


Figure 60. Déformation optimale 1 bille pleine 0,5 rpm

5.10.2 Déformation optimale 1 bille pleine , 1 rpm

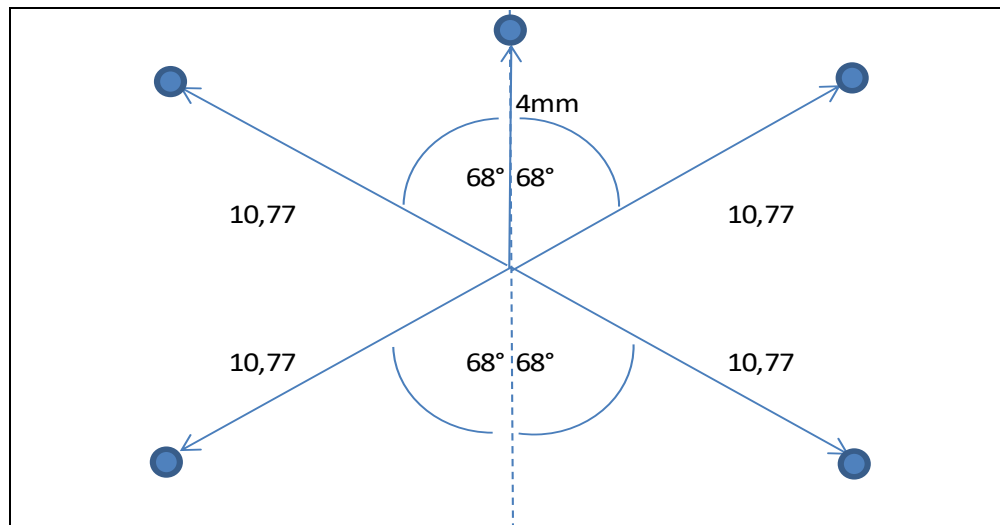


Figure 61. Déformation optimale 1 bille pleine , 1rpm

5.10.3 Déformation optimale 1 bille pleine , 2 rpm

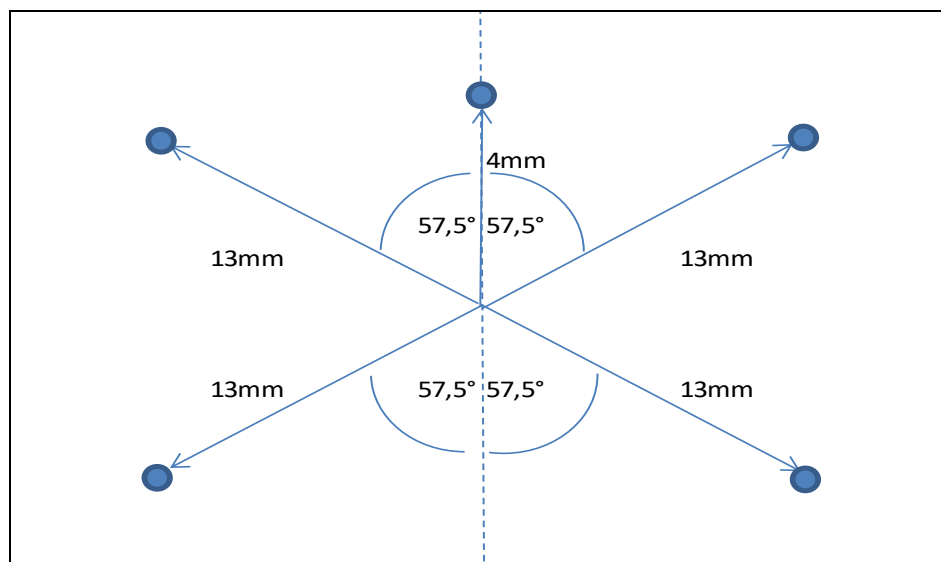


Figure 62. Déformation optimale 1 bille pleine, 2rpm

5.10.4 Déformation optimale $\frac{1}{2}$ bille , $\frac{1}{2}$ rpm

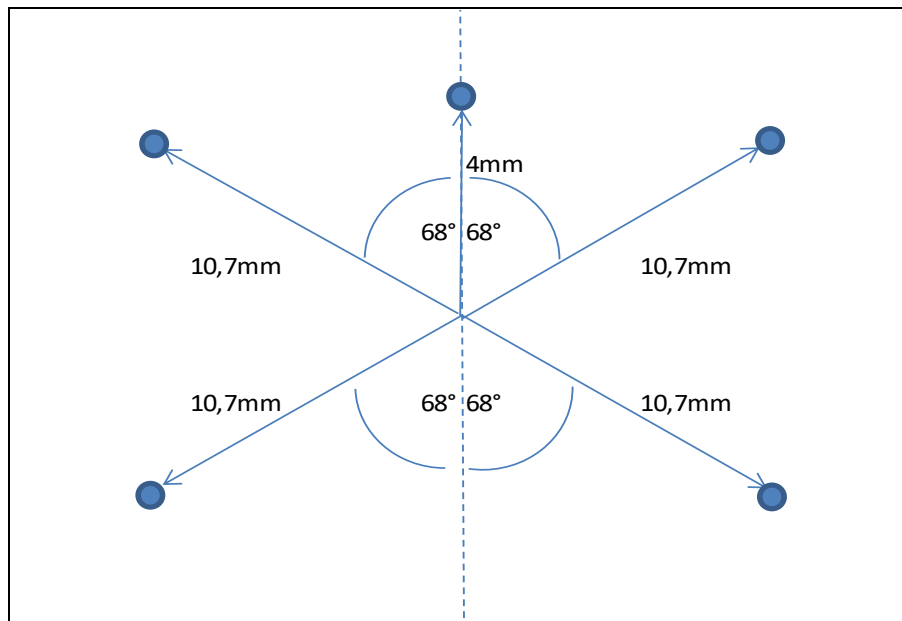


Figure 63. Déformation optimale 1/2 bille, 0,5 rpm

5.10.5 Déformation optimale $\frac{1}{2}$ bille , 1 rpm

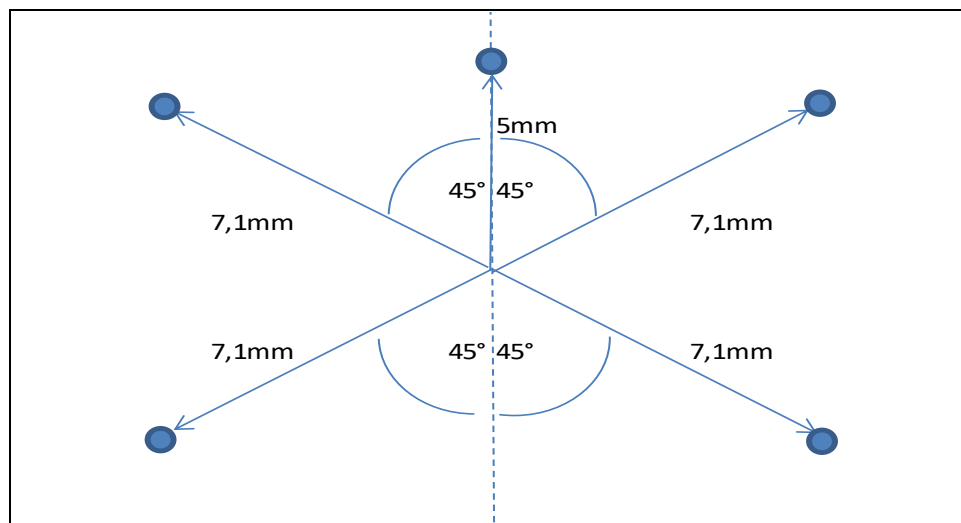


Figure 64. Déformation optimale 1/2 bille , 1 rpm

5.10.6 Déformation optimale ½ bille , 2 rpm

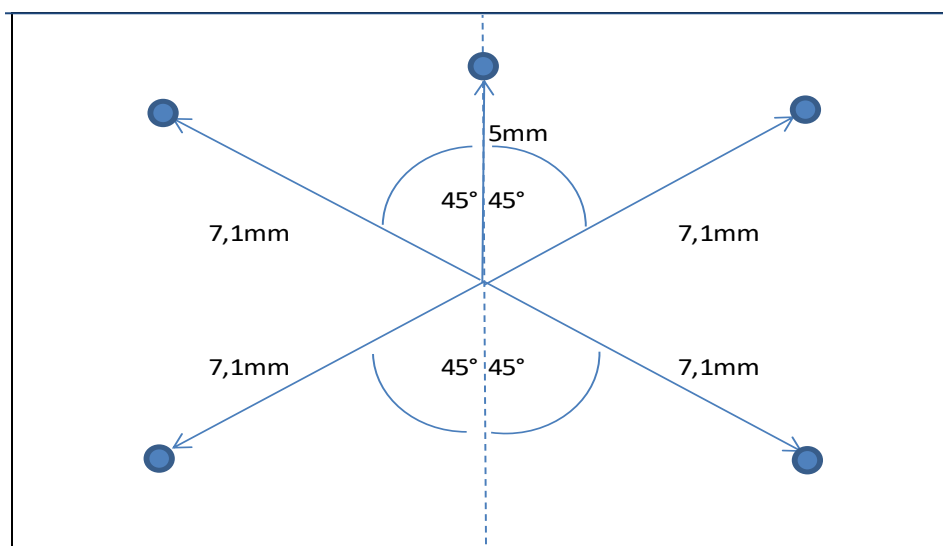


Figure 65. Déformation optimale 1/2 bille, 2rpm

5.10.7 Déformation optimale ½ bille , 4 rpm et plus

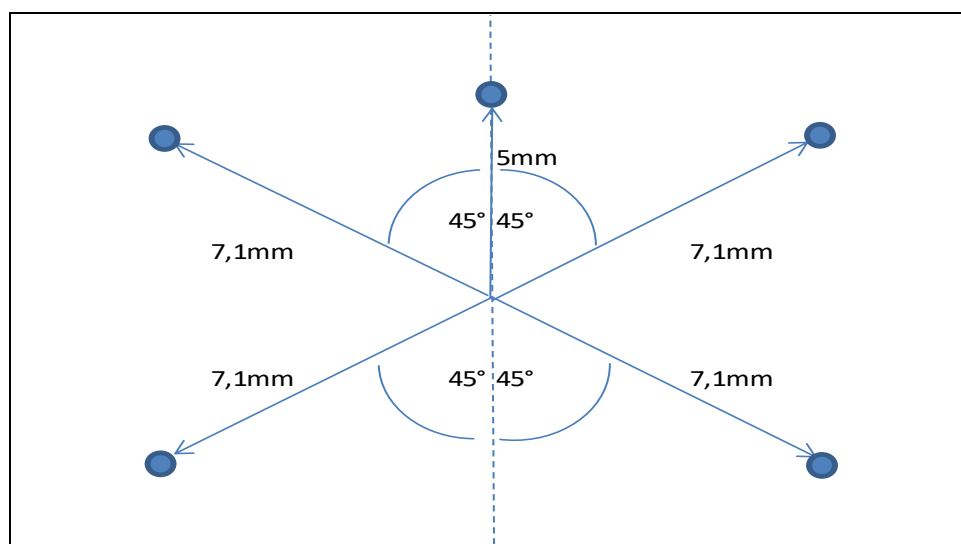


Figure 66. Déformation optimale 1/2 bille, 4rpm et plus

La déformation présente autour d'une structure métallique est tridimensionnelle telle qu'illustrée dans la figure suivante.

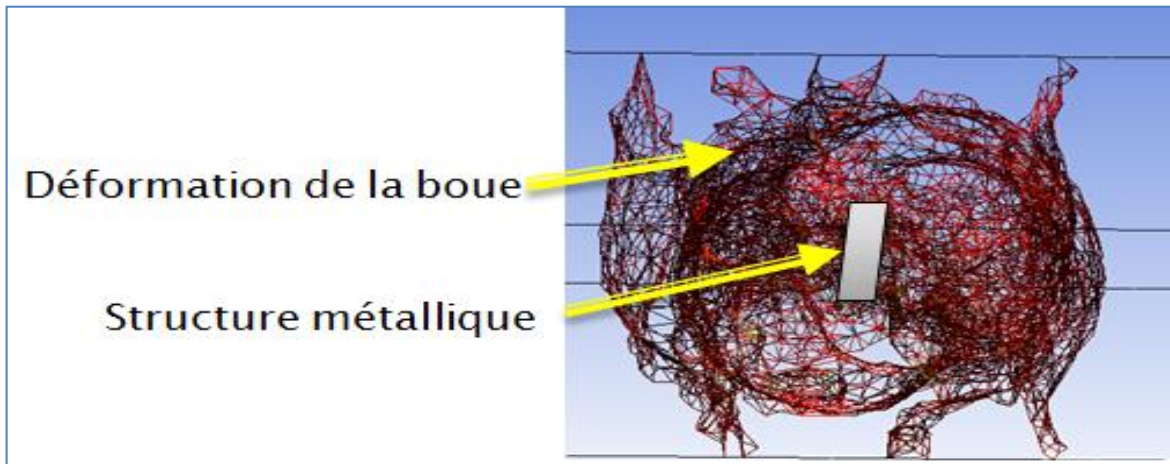


Figure 67. Déformation réelle autour d'une structure métallique

Mais seule la couche de boue en contact avec la paroi externe du réservoir est visible. Aucune donnée de profondeur n'est captée par la caméra. C'est pourquoi l'analyse des déformations est effectuée dans le plan de cette couche superficielle seulement. Il n'y a que quatre composantes des neuf composantes du tenseur de déformation qui sont mesurables.

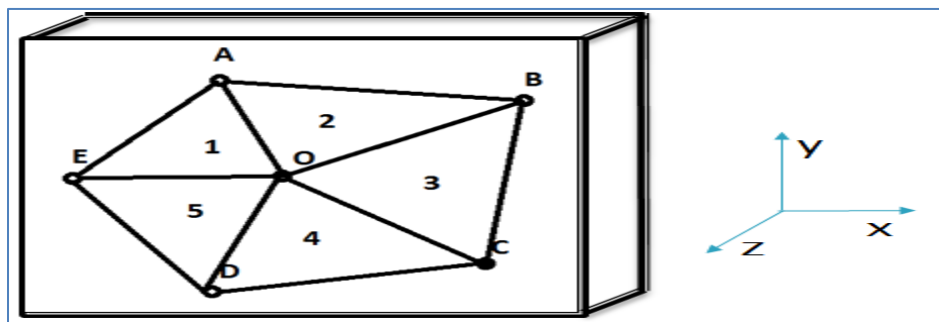


Figure 68. Couche de boue visible et points de suivi sélectionnés

Le calcul de la norme du tenseur de déformation utilise quatre de ses neuf composantes. La norme calculée sous-estime donc quelque peu la norme réelle.

Premièrement, la surface du rectangle ou pentagone de calcul est partagée en surfaces triangulaires contiguës, voir Figure 68. À chaque sommet des triangles de coordonnées (x,y) sont associés un déplacement 'u' en abscisse et 'v' en ordonnée. Les triplets (x,y,u) et (x,y,v) forment des espaces tridimensionnels. Les fonctions $u = u(x,y)$ et $v = v(x,y)$ délimitent chacune une surface dans leur espace respectif (Figure 69)[64].

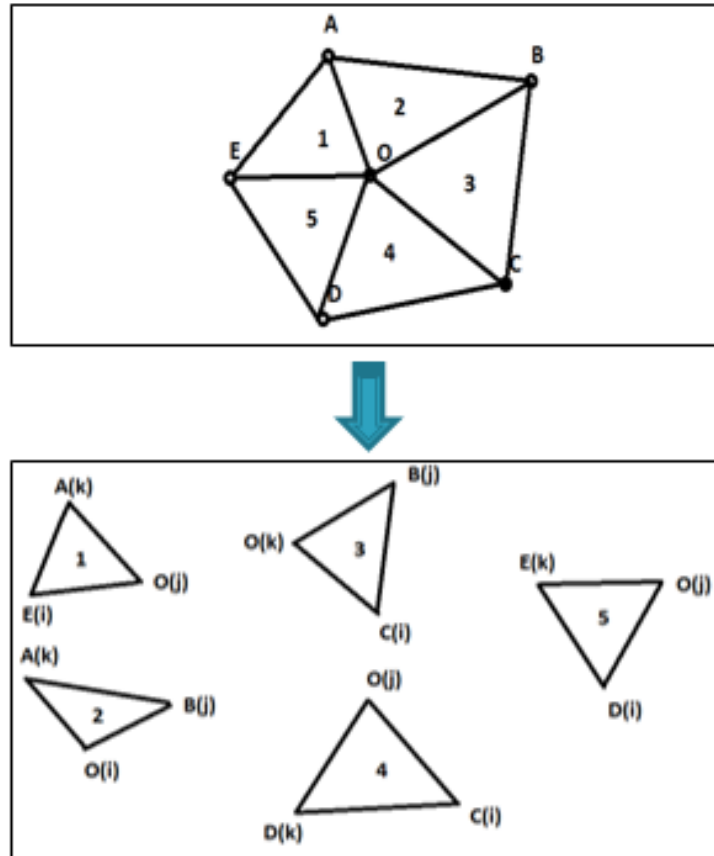


Figure 69. Délimitation des différentes surfaces triangulaires

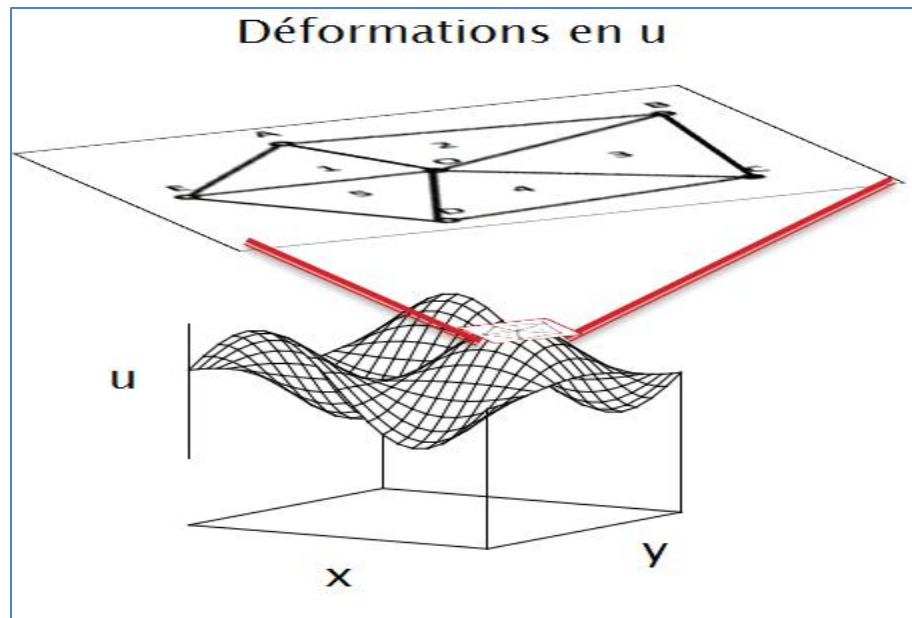


Figure 70. Déformation en u

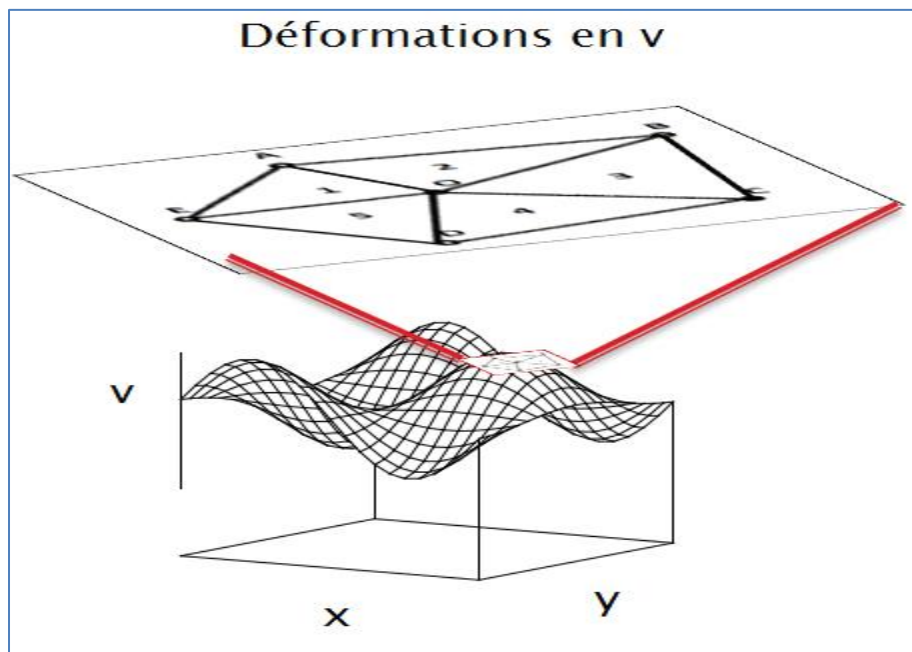


Figure 71. Déformation en v

La surface curviligne ABCDEO peut être approximés par les cinq plans triangulaires contigus 1,2,3,4,5 (Figure 68). Dans le cas de la surface des déplacements le long des abscisses u , chaque plan triangulaire satisfait l'équation d'un plan :

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (5.23)$$

où

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, sont des constantes.

Les déformations γ_{xx} et γ_{xy} sont alors :

$$\gamma_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \alpha_2 \quad (5.24)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} = \alpha_3 \quad (5.25)$$

Puisque les coordonnées des trois sommets sont connues, les constantes α_1, α_2 et α_3 peuvent être obtenues en résolvant le système de trois équations linéaires à trois inconnus suivant :

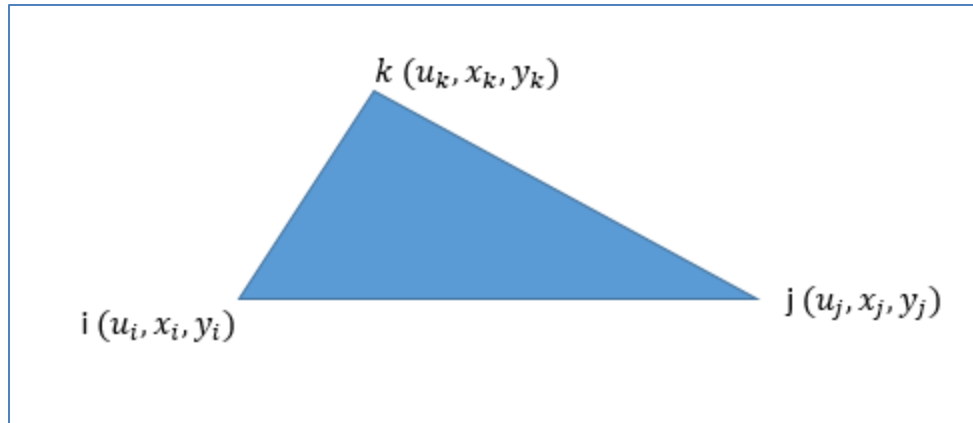


Figure 72. Coordonnées aux sommets d'un triangle

Donc

$$u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \quad (5.26)$$

$$u_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \quad (5.27)$$

$$u_k = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k \quad (5.28)$$

Soit sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

La solution est donnée par :

$$\alpha_1 = \frac{\begin{vmatrix} u_i & x_i & y_i \\ u_j & x_j & y_j \\ u_k & x_k & y_k \end{vmatrix}}{D} \quad (5.30)$$

$$\alpha_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & u_i & y_i \\ 1 & u_j & y_j \\ 1 & u_k & y_k \end{vmatrix}}{D} \quad (5.31)$$

$$\alpha_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_i & u_i \\ 1 & x_j & u_j \\ 1 & x_k & u_k \end{vmatrix}}{D} \quad (5.32)$$

où D est le déterminant de la matrice des coefficients

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (5.33)$$

Le calcul des déterminants donne :

$$\alpha_1 = \frac{1}{D} \left[u_i \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_k & y_k \end{vmatrix} - x_i \begin{vmatrix} u_i & y_i \\ u_k & y_k \end{vmatrix} + y_i \begin{vmatrix} u_j & x_j \\ u_k & x_k \end{vmatrix} \right] \quad (5.34)$$

$$\alpha_1 = \frac{[(x_i y_k - x_k y_i) u_i - (u_i y_k - u_k y_i) x_i + (u_j x_k - u_k x_j) y_i]}{D} \quad (5.35)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{D} [u_i(x_i y_k - x_k y_i) - x_i(u_i y_k - u_k y_i) + y_i(u_j x_k - u_k x_j)] \quad (5.36)$$

$$\alpha_2 = \frac{[(y_j - y_k) u_i + (y_k - y_i) u_j + (y_i - y_j) u_k]}{D} \quad (5.37)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{D} [1(u_j y_k - u_k y_j) - u_i(y_k - y_j) + y_i(u_k - u_j)] \quad (5.38)$$

$$\alpha_3 = \frac{[(x_k - x_j)u_i + (x_i - x_k)u_j + (x_j - x_i)u_k]}{D} \quad (5.39)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{D} [(x_j u_k - x_k u_j) - x_i(u_k - u_j) + u_i(x_k - x_j)] \quad (5.40)$$

$$D = [(x_j y_k - x_k y_i) - x_i(y_k - y_j) + y_i(x_k - x_j)] \quad (5.41)$$

$$D = [(x_i y_j - x_j y_i) + (x_k y_i - x_i y_k) + (x_i y_k - x_k y_i)] \quad (5.42)$$

Le déterminant D correspond au double de la surface du triangle dont les sommets ont les coordonnées (u_i, x_i, y_i) (u_j, x_j, y_j) (u_k, x_k, y_k) .

Si A représente la surface du triangle

$$D = 2A = \det \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

En définissant les six coefficients suivants :

$$b_i = y_j - y_k$$

$$b_j = y_k - y_i$$

$$b_k = y_i - y_j$$

$$c_i = x_k - x_j$$

$$c_j = x_i - x_k$$

$$c_k = x_j - x_i$$

Alors

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \alpha_2 = \frac{1}{2A} [b_i u_i + b_j u_j + b_k u_k] \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \alpha_3 = \frac{1}{2A} [c_i u_i + c_j u_j + c_k u_k] \quad (5.45)$$

où sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \gamma_{xx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Et

$$2A = a_i a_j a_k \quad (5.47)$$

En remplaçant u par v, on obtient les déformations γ_{yx} et γ_{yy} .

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yx} \\ \gamma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_k \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Dans le calcul de déterminants, les coordonnées se soustraient. De petits triangles aux sommets rapprochés génèrent donc des déterminants moins précis.

Puisque le point central 'O' appartient aux cinq triangles, le gradient d'élongation associé à ce point central est la moyenne des gradients d'élongations des cinq triangles. La moyenne est pondérée par la surface de chaque triangle de façon à accorder plus de poids aux triangles plus grands qui produisent des valeurs de déformation plus précises. (Figure 73)

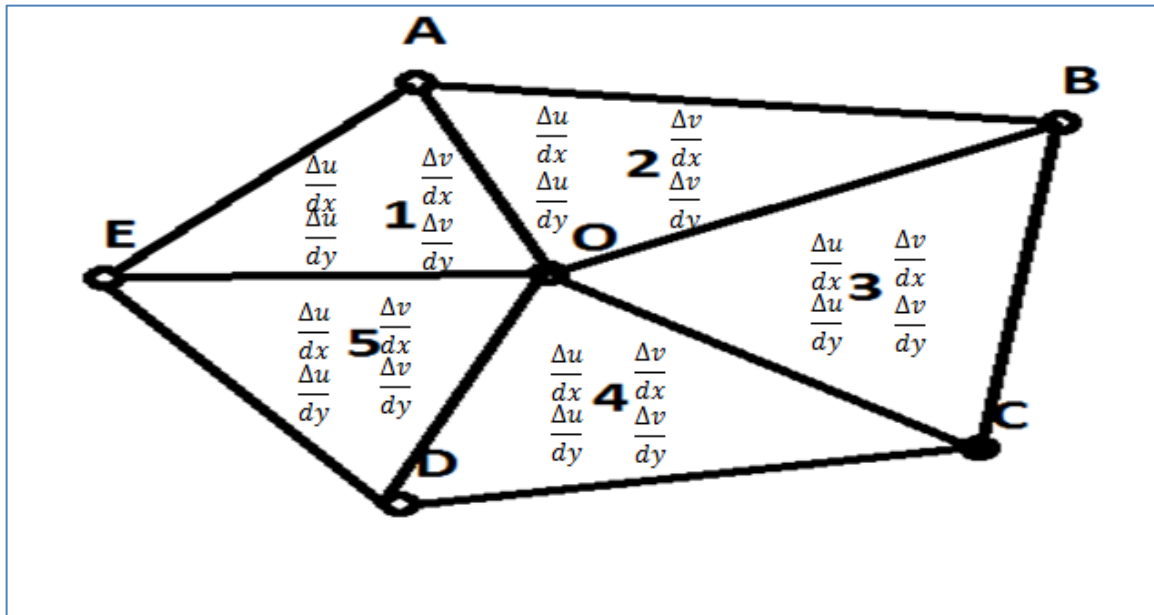


Figure 73. Valeurs de déformations pour chaque plan

Chaque composant du tenseur central est calculé à l'aide des équations suivantes.

$$\gamma_{xx} = \left(\frac{\Delta u}{dx} \right)_{central} \equiv \frac{\left(\frac{\Delta u}{dx} \right)_{triangle\ 1} \cdot Aire_{triangle\ 1} + \left(\frac{\Delta u}{dx} \right)_{triangle\ 2} \cdot Aire_{triangle\ 2} + \dots}{\sum Aire_{triangles}}$$

(5.49)

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\Delta u}{dy} \right)_{central} \equiv \frac{\left(\frac{\Delta u}{dy} \right)_{triangle\ 1} \cdot Aire_{triangle\ 1} + \left(\frac{\Delta u}{dy} \right)_{triangle\ 2} \cdot Aire_{triangle\ 2} + \dots}{\sum Aire_{triangles}}$$

(5.50)

$$\gamma_{yx} = \left(\frac{\Delta v}{dx} \right)_{central} \equiv \frac{\left(\frac{\Delta v}{dx} \right)_{triangle\ 1} \cdot Aire_{triangle\ 1} + \left(\frac{\Delta v}{dx} \right)_{triangle\ 2} \cdot Aire_{triangle\ 2} + \dots}{\sum Aire_{triangles}}$$

(5.51)

$$\gamma_{yy} = \left(\frac{\Delta v}{dy} \right)_{central} \equiv \frac{\left(\frac{\Delta v}{dy} \right)_{triangle\ 1} \cdot Aire_{triangle\ 1} + \left(\frac{\Delta v}{dy} \right)_{triangle\ 2} \cdot Aire_{triangle\ 2} + \dots}{\sum Aire_{triangles}}$$

(5.52)

Enfin, la valeur de la déformation du point central pour la norme du tenseur de déformation en ce point est

$$\gamma_{central} = \sqrt{\left(\frac{\Delta u}{dx}\right)_{central}^2 + \left(\frac{\Delta u}{dy}\right)_{central}^2 + \left(\frac{\Delta v}{dx}\right)_{central}^2 + \left(\frac{\Delta v}{dy}\right)_{central}^2}$$

(5.53)

où

$$\gamma_{central} = \sqrt{\gamma_{xx}^2 + \gamma_{xy}^2 + \gamma_{yx}^2 + \gamma_{yy}^2}$$

(5.54)

Le calcul par la méthode de triangulation est effectué à chaque pas de temps déterminé par l'utilisateur

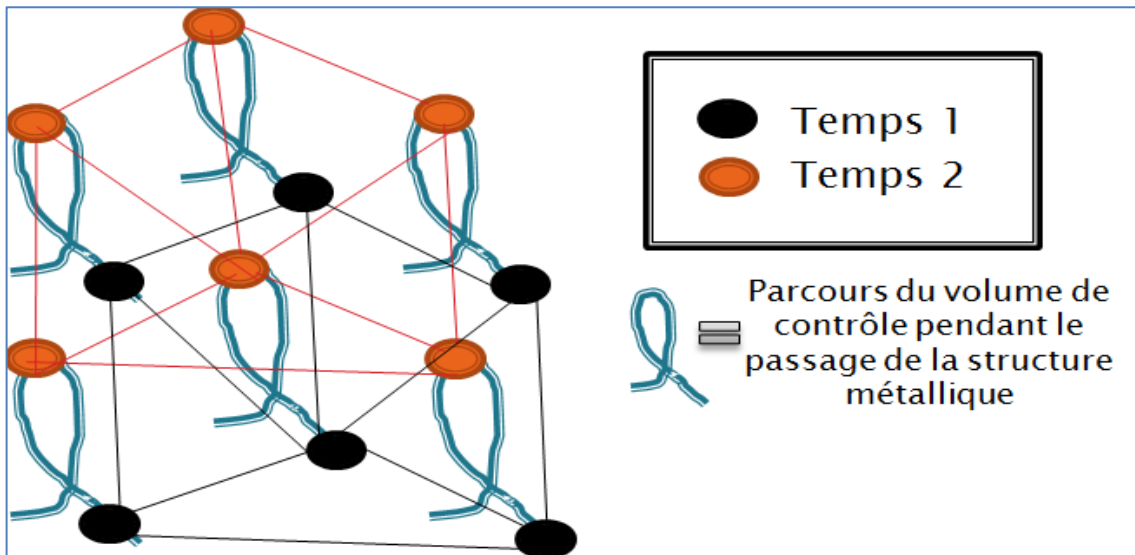


Figure 74. Triangulation par pas de temps

Chaque déformation est ensuite calculée le long de la trajectoire du point central pour être enregistrée dans un fichier pour le traitement ultérieur (Figure 75).

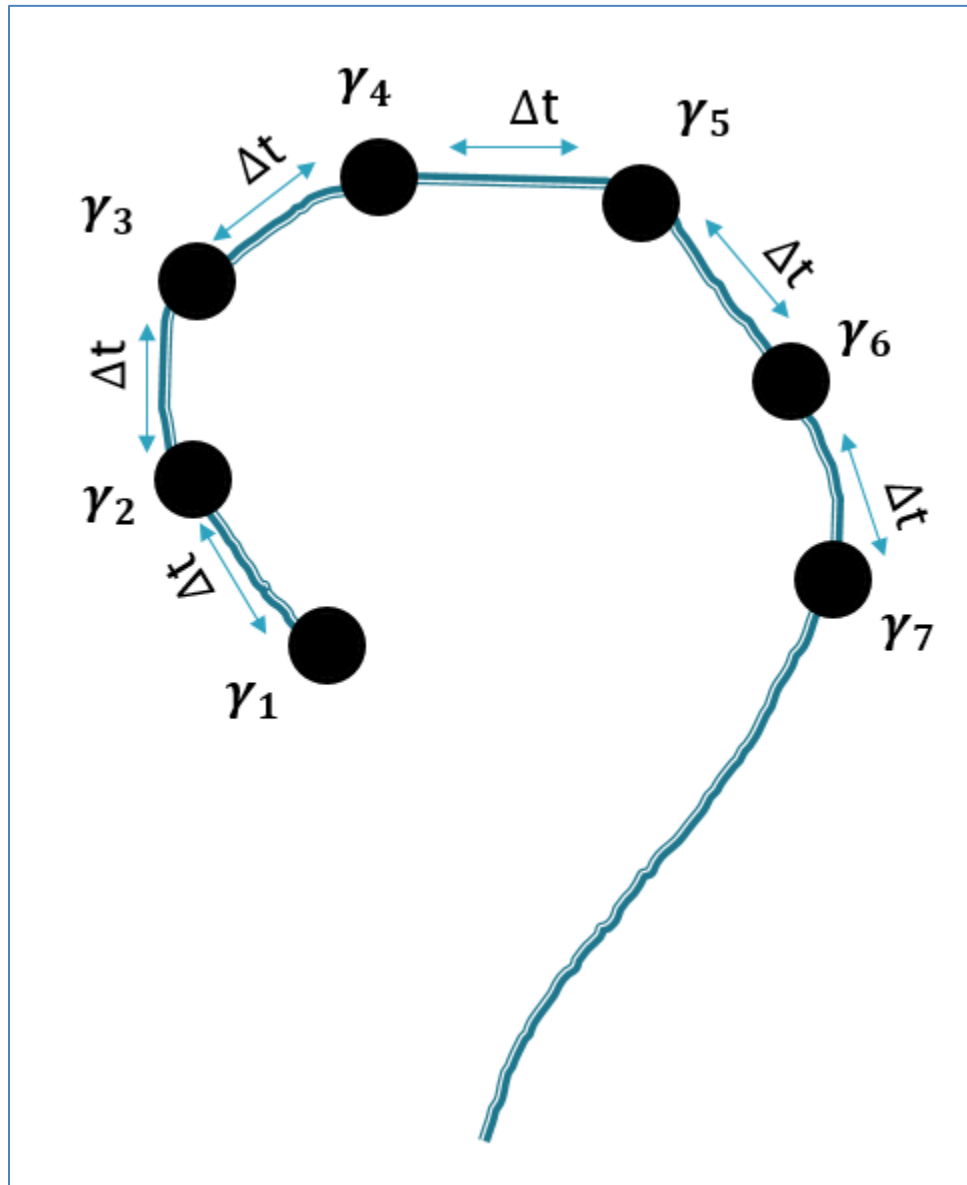


Figure 75. Déformation à chaque point d'itération le long de la trajectoire du volume de boue central

Puisque le modèle d'épaississement par cisaillement qui est proposé fait intervenir le produit de la déformation par son temps d'application, l'intégrale de ligne de la déformation est requise et calculée selon

$$\gamma t_{total} = \sum |\gamma_i| \cdot t_i = \Delta t \sum |\gamma_i| \quad (5.55)$$

où

γ_i est la déformation,

Δt est le temps de cette déformation (s).

5.11 Mesure de la fraction solide massique

Lors de la floculation, les agglomérats ou floes retiennent une certaine quantité de liquide. La compaction de la boue est un processus de tassement des particules solides et des floes où le liquide retenu est évacué progressivement. Il y a percolation du liquide à travers la boue (Figure 76).

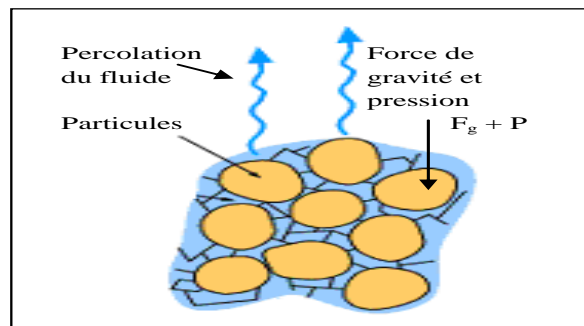


Figure 76. Percolation du liquide à travers la boue

La fraction solide massique représente le rapport entre le poids du solide et le poids total pour un volume donné. La compaction peut être définie comme la différence entre la fraction solide finale et la fraction solide initiale. La mesure de la fraction solide permet donc de caractériser expérimentalement la compaction. La fraction solide est mesurée par la différence de poids après l'évaporation de la phase liquide de l'échantillon. L'évaporation peut être effectuée par balance chauffante ou par étuve. La balance chauffante est rapide. Les résultats sont obtenus après seulement 15-20 minutes. La boue est échantillonnée en duplicata pour s'assurer que la fraction solide mesurée est représentative du phénomène étudié. Puisque l'épaississement par cisaillement est relativement lent, la boue est échantillonnée à toutes les cinq à dix minutes. Les essais sont d'une durée d'une ou deux heures. Une seule balance chauffante étant disponible, il n'a pas été possible de doser la boue immédiatement après l'échantillonnage. Si l'attente est trop longue, un phénomène d'évaporation pourrait entrer en jeu et fausser les résultats. C'est pourquoi une étuve a été utilisée conjointement à la balance chauffante pour évaporer les échantillons. Les protocoles d'utilisation de la balance chauffante et de l'étuve sont décrits plus loin.

La prise d'échantillon est effectuée à l'aide d'une cuillère d'échantillonnage. La cuillère est insérée de manière parfaitement verticale jusqu'au fond du lit de boue et ramené horizontalement afin de s'assurer que le godet est bien rempli. La cuillère est remontée verticalement, une fois sorti du lit de boue, la cuillère est légèrement inclinée afin d'éviter que du liquide ne s'accumule sur la tige de la cuillère ou à la surface de l'échantillon. La présence de ce liquide fausserait la mesure de la fraction solide de l'échantillon. La figure suivante montre cette technique d'échantillonnage.

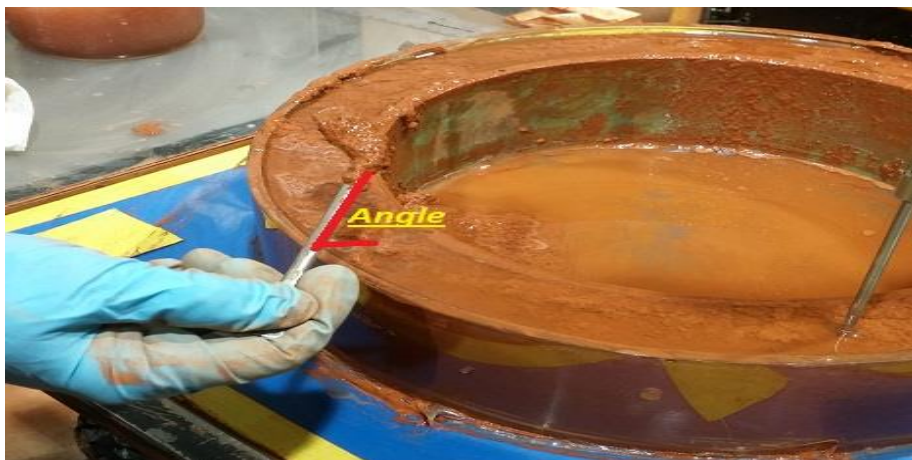


Figure 77. Technique d'échantillonnage

5.11.1 Protocole de la balance chauffante

Un papier filtre est déposé sur le plateau de la balance. La balance chauffante est mise à zéro. La boue dans la cuillère d'échantillonnage est versée (3-5g) sur le papier. La balance chauffante est mise en marche. Le rapport en pourcentage du poids mesuré sur le poids initial est constamment affiché. Après 15 à 20 minutes d'évaporation, la fraction massique en pourcentage est affichée.

5.11.2 Protocole avec l'étuve

Cette méthode consiste à prendre un échantillon de 3-5g de boue et à le verser dans un récipient préalablement pesé. Le récipient contenant l'échantillon est pesé. Le récipient et son échantillon sont ensuite introduits dans une étuve chauffée à 100 degrés Celsius pendant quelques heures afin de permettre l'évaporation complète du liquide de l'échantillon. Le récipient et l'échantillon sec sont ensuite pesés. L'équation suivante permet d'obtenir la fraction solide poids/poids de l'échantillon.

$$\%p/p = \left[\frac{\text{Poids de l'échantillon sec} - \text{Poids du récipient}}{\text{Poids de l'échantillon initial} - \text{Poids du récipient}} \right] \cdot 100$$

(5.56)

Cette méthode permet d'évaporer beaucoup d'échantillons en même temps (plus de trente). Malgré une évaporation en étuve beaucoup plus lente qu'avec la balance chauffante, la grande quantité d'échantillons évaporés simultanément lui donne un rendement plus grand que celui de la balance chauffante.



Figure 78. Évaporation en étuve

5.12 Mesure du seuil de cisaillement et de la viscosité de la boue

La viscosité et le seuil de cisaillement de la boue augmentent lorsqu'elle s'épaissit. La viscosité a un impact majeur sur la quantité de déformation qu'elle subit. Il est donc essentiel de mesurer la viscosité en même temps que la fraction solide de la boue.

Un rhéomètre type Searle à mandrin rotatif de type vane est disponible dans le laboratoire. Ce rhéomètre possède trois modes, soit le mode Cs, le mode Cr et le mode 'Creep and recovery'. Le mode Cs est plus précis à faible taux de cisaillement. Ce mode permet de mesurer précisément la valeur du seuil de cisaillement. Le mode Cr est généralement utilisé à taux de cisaillement élevé pour mesurer la viscosité. Le fabricant recommande l'utilisation des deux modes à des fins comparatives.

Le mode 'Creep and Recovery' permet d'exercer une contrainte de plus en plus élevée jusqu'à franchir le seuil de cisaillement. Une fois ce seuil franchi, le fluide s'écoule et la

déformation du fluide augmente rapidement. Ce mode permet de mesurer le seuil de cisaillement avec le plus de précision.

5.12.1 Mesure du seuil de cisaillement dans la boue du réservoir

Un des défis lors de la mesure du seuil de cisaillement et de la viscosité d'un fluide particulaire est de ne pas réhomogénéiser le matériel. Il est impossible de prélever un échantillon de boue sans briser partiellement ou complètement les liaisons inter-particulaires du floculant. Pour cette raison les mesures doivent être effectuées directement dans le réservoir. Un viscosimètre type VT550 de Haake a été employé à cette fin. Ce viscosimètre de faible poids et de taille modeste est installé près du réservoir. Au moment d'effectuer les mesures, le rotor est d'abord arrêté, les échantillons pour le dosage de la fraction solide sont prélevés et finalement le mandrin type 'vane' du viscosimètre est immergé dans la boue du réservoir. Les mesures sont effectuées, le mandrin est retiré de la boue et le rotor est remis en marche. La Figure 79 montre le rhéomètre employé afin d'effectuer les mesures de viscosité et de seuil de cisaillement.



Figure 79. Prise de la viscosité et du seuil de cisaillement

5.12.2 Mesure de la viscosité

Puisque la boue est un fluide rhéofluidifiant, sa viscosité n'est pas seulement fonction de sa fraction solide, mais aussi du taux de déformation induit. Pour mesurer la viscosité, le rhéogramme de la contrainte de cisaillement appliquée en fonction du taux de déformation

est enregistré. La viscosité correspond à la pente de ce rhéogramme. Étant en présence d'un fluide particulaire rhéofluidifiant, la contrainte de cisaillement passe par un maximum situé au point de rupture. Ce point correspond à un changement d'état du fluide particulaire se traduisant par un artéfact de calcul (pente négative). C'est-à-dire que le taux de cisaillement diminue bien que la vitesse augmente. L'évaluation de la viscosité doit être effectuée jusqu'à ce point de rupture. Le graphique suivant illustre le point de rupture.

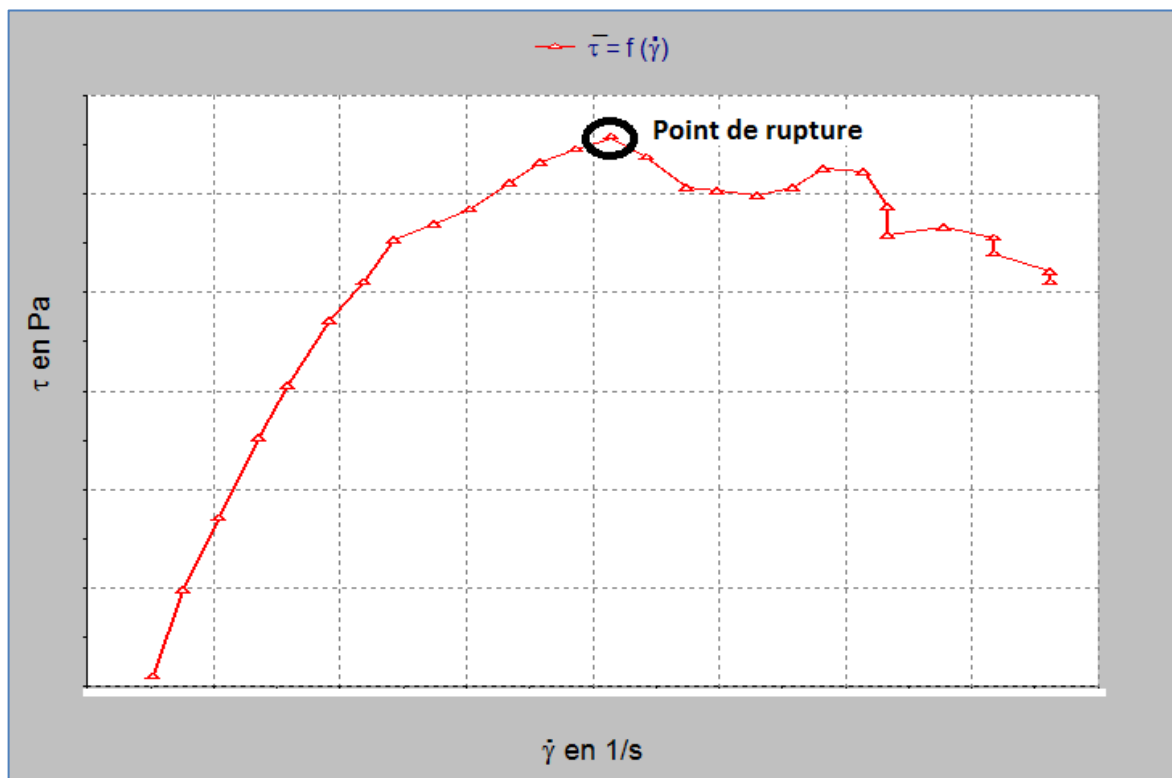


Figure 80. Rhéogramme de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse du mandrin

Afin d'évaluer la pente du rhéogramme, un polynôme du troisième degré est ajusté au rhéogramme par la méthode des moindres carrés. La dérivée de ce polynôme correspond à la viscosité (Figure 81).

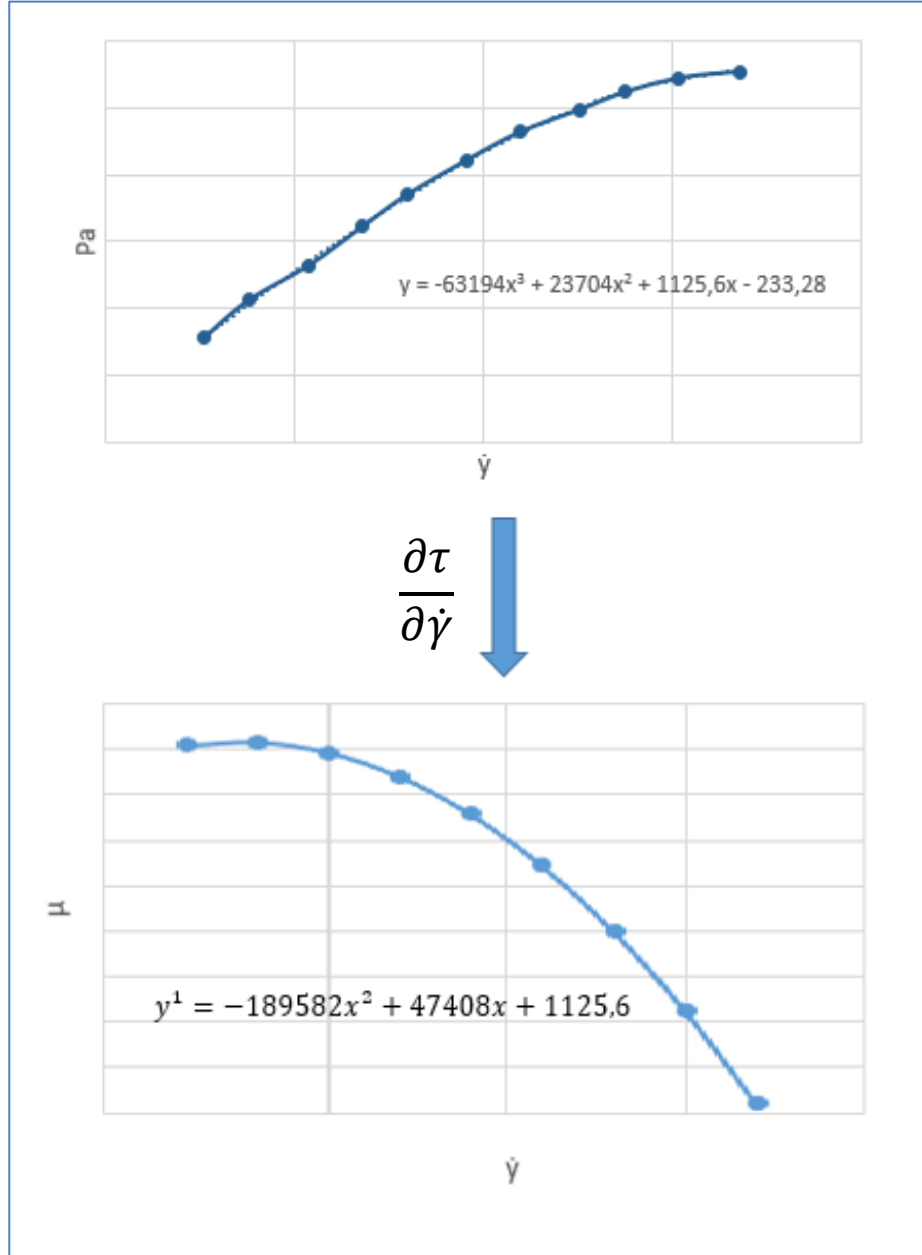


Figure 81. Viscosité de la boue

Pour améliorer la précision du rhéogramme de la boue, celui-ci est enregistré à quatre endroits différents dans le réservoir. La moyenne des 4 rhéogrammes est utilisée pour calculer la viscosité. La Figure 82 situe les 4 points d'immersion du mandrin permettant

d'enregistrer les rhéogrammes. Il est important de ne pas immerger le mandrin dans le lit de boue se situant en face du système d'imagerie, car ceci fausserait les résultats lors de la prise de vidéo, dû au fait que le lit boue aurait été remanié à cet endroit.

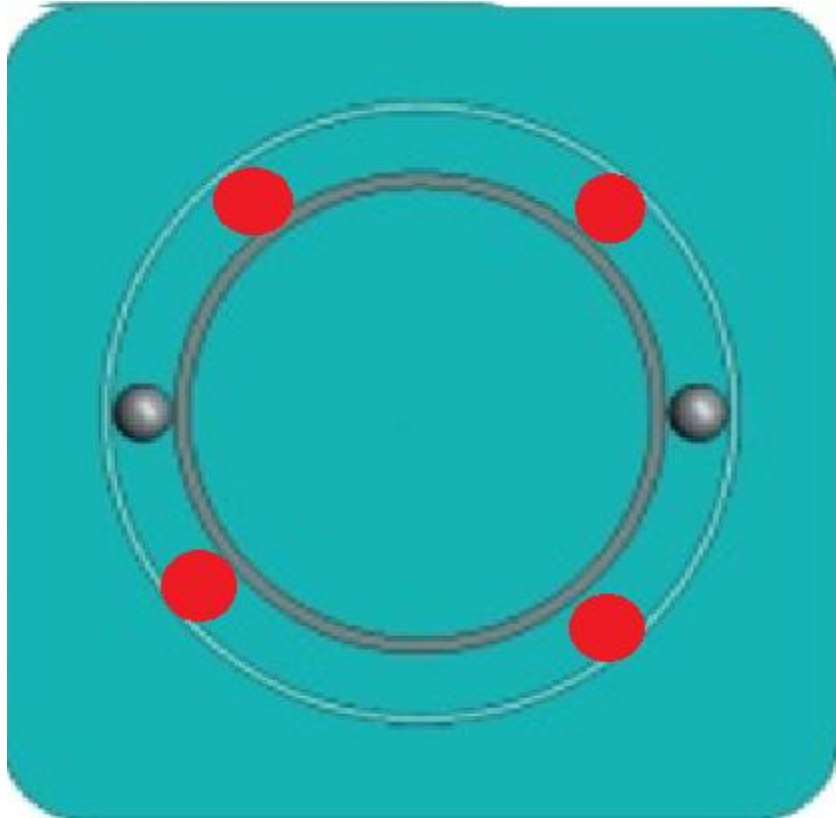


Figure 82. Points d'immersion du mandrin

Tous les résultats seront représentés sur un abaque de la viscosité dynamique obtenue expérimentalement en fonction de la fraction solide et du taux de déformation.

5.13 Préparation de la boue

- Diluer la boue à une fraction solide de 75 g/l dans des cylindres de plastique (231ml de boue 44% p/p, complété jusqu'à la marque de 10 litres avec de la soude de caustique 20 g/l).
- Effectuer la floculation dans les cylindres de plastique au moyen de trois injections de flocculant de 30 ml chacune.
- Laisser reposer pendant 3 heures.

5.14 Mise en route de l'essai d'épaississement

- Peser à l'aide d'une balance de précision le poids de chacun des récipients servant à prélever la boue.
- Installation des rotors en face des aimants présents sur le plateau inférieur
- Retirer le liquide surnageant à l'aide d'une pompe dans les cylindres de préparation de la boue.
- Mettre en place le système d'éclairage et la caméra. Éviter de diriger directement la lumière vers le plexiglas car les reflets causés par la lumière compliquent grandement le traitement de la vidéo.
- Nettoyer la surface de plexiglas du réservoir afin de maximiser sa transparence pour la prise de la vidéo.
- Transvider doucement la boue compactée des cylindres de plastique dans le réservoir. Remplir le réservoir jusqu'au bord.

- Sélectionner la vitesse de rotation du plateau supportant les aimants.
- Effectuer une prise de mesure de la fraction solide initiale au temps 0.
- Mesurer le seuil de cisaillement à l'aide du viscosimètre VT550.
- Enregistrer les 4 rhéogrammes servant à mesurer la viscosité dans le montage.
- Démarrer le moteur et le chronomètre.

5.15 Pendant l'essai d'épaississement

- À chaque 10 minutes, arrêter la motorisation afin de prélever deux échantillons de fraction solide, mesurer le seuil de cisaillement et enregistrer les 4 rhéogrammes servant à calculer la viscosité (mettre en pause le chronomètre pendant le temps d'arrêt du moteur).
- Redémarrer le moteur ainsi que le chronomètre jusqu'au prochain temps d'échantillonnage.
- Dès le redémarrage du moteur, filmer le passage du rotor.

5.16 Fin de l'essai d'épaississement

- Une fois l'essai terminé, arrêter la motorisation.
- Charger les vidéos de passage du rotor sur un ordinateur.
- Peser les récipients de boue.
- Mettre les récipients dans l'étuve pour un minimum de 12 heures.

5.17 Traitement des données

- Calculer les fractions solides pour chaque pas de temps.
- Effectuer un pré traitement des vidéos c'est-à-dire ne conserver que le passage du rotor dans la vidéo.
- Analyser les vidéos à l'aide du logiciel d'analyse.
- Calculer le seuil de cisaillement pour chaque pas de temps.
- Calculer les viscosités pour chaque pas de temps.

Chapitre 6 Résultats et discussion

6.1 Viscosité et seuil de cisaillement

La Figure 83 montre les rhéogrammes de la boue en fonction de la fraction solide. Le Tableau 5 liste les polynômes cubiques ajustés par la méthode des moindres carrés à ces rhéogrammes. On remarque à la Figure 84 que plus la fraction solide augmente, plus la viscosité augmente également ce qui confirme ce que la littérature suggère.

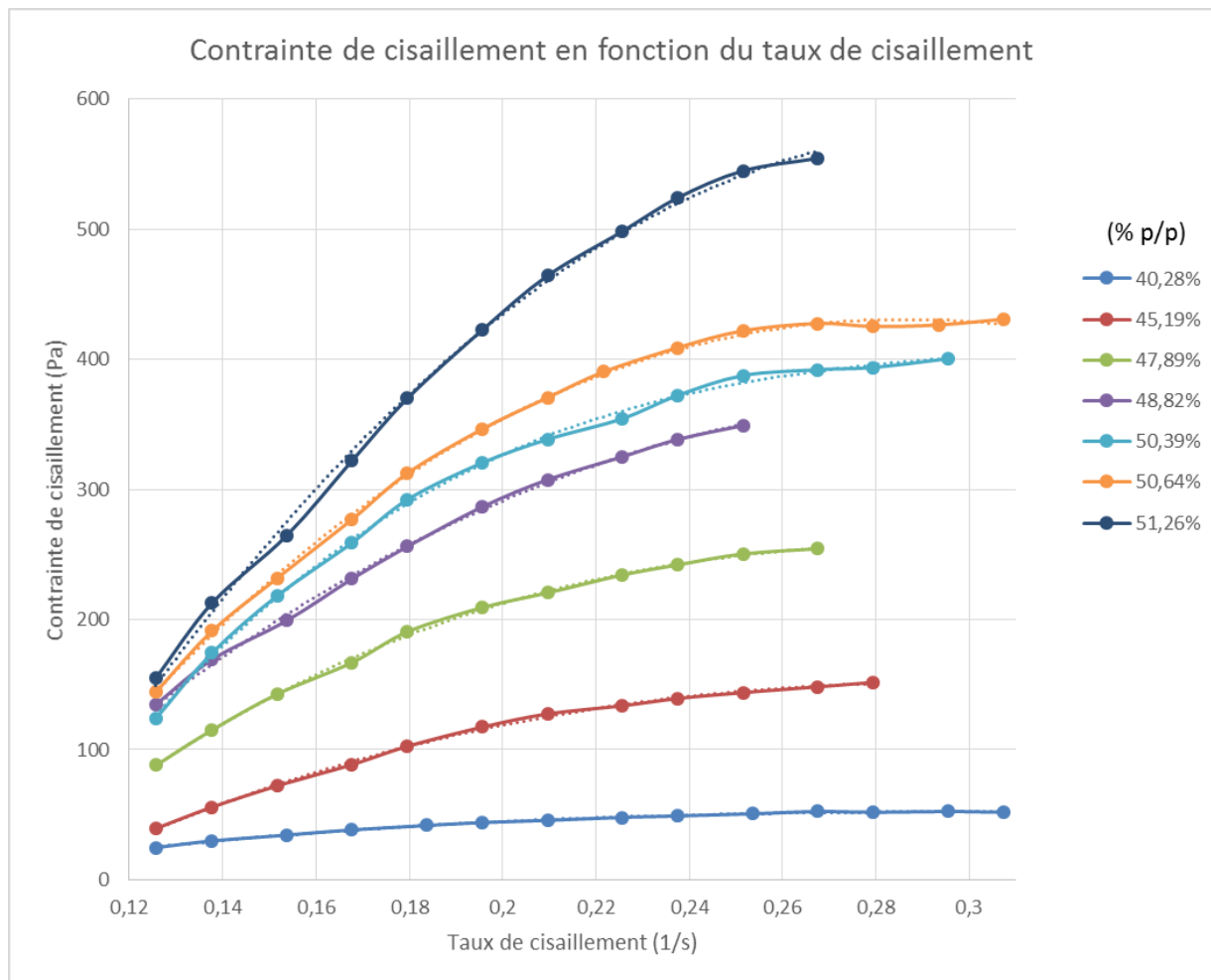


Figure 83. Contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement

Tableau 5. Contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement

Contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement		
%v/v	%p/p	Équation
0,255	51,26	$y=1963,3x^3-15183x^2+8631x-700$
0,250	50,64	$y=10790x^3-18673x^2+8034,3x-592,16$
0,248	50,39	$y=36696x^3-34090x^2+10828x-768,84$
0,237	48,82	$y=3762,7x^3-9894,8x^2+5034,5x-350$
0,230	47,89	$y=13604x^3-15470x^2+5613,1x-400,29$
0,211	45,19	$y=4703,9x^3-7240,2x^2+3053,6x-239,92$
0,180	40,28	$y=1603,6x^3-1858,6x^2+717,13x-37,878$

Le seuil de cisaillement ne figure pas sur les rhéogrammes. Afin d'obtenir le rhéogramme complet, il faut additionner les seuils de cisaillement du tableau 6 à chacune des courbes de la Figure 83 ou du Tableau 5. La viscosité correspond à la pente des courbes de la Figure 83. La Figure 84 présente la viscosité en fonction du taux de cisaillement pour différentes fractions solides.

Tableau 6. Seuil de cisaillement en fonction de la densité

Seuil de cisaillement en fonction de la densité		
%v/v	% p/p	Seuil de cisaillement (Pa)
0,255	51,26	605
0,250	50,64	578
0,248	50,39	565
0,237	48,82	426
0,230	47,89	342
0,211	45,19	233
0,180	40,28	103

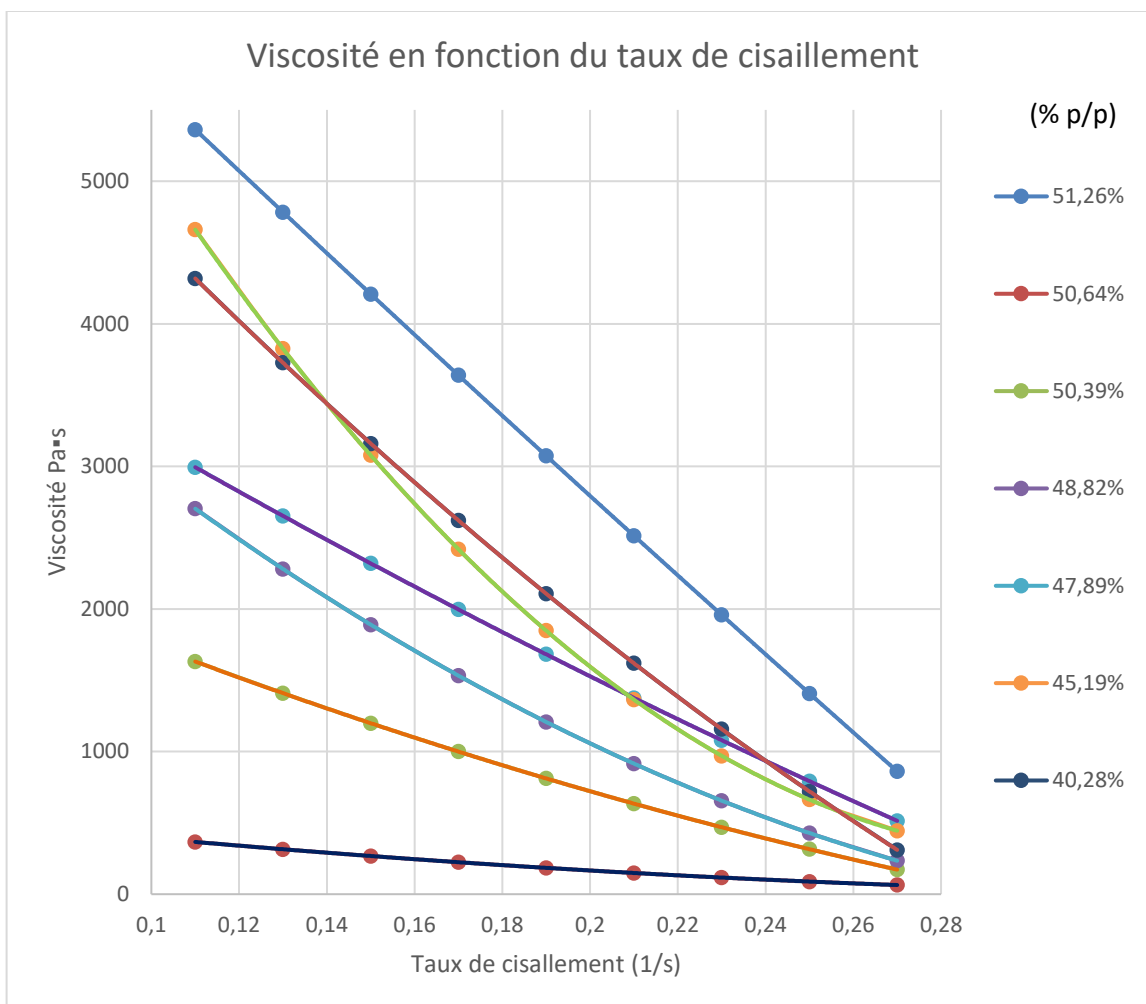


Figure 84. Viscosité en fonction du taux de cisaillement

Le Tableau 7 liste les polynômes quadratiques ajustés par la méthode des moindres carrés aux données de la Figure 84.

Tableau 7. Viscosité en fonction du taux de cisaillement

Viscosité en fonction du gradient de vitesse		
%v/v	%p/p	Équation
0,255	51,26	$y=5889,9x^2-30366x+8631$
0,250	50,64	$y=32370x^2-37346x+8034,3$
0,248	50,39	$y=110088x^2-68180x+10828$
0,237	48,82	$y=11288x^2-19790x+5034,5$
0,230	47,89	$y=40812x^2-30940x+5613,1$
0,211	45,19	$y=14112x^2-14480x+3053,6$
0,180	40,28	$y=4810,8x^2-3717,2x+717,13$

6.2 Le point de gel

Le point de gel de la boue rouge a été mesuré par la méthode de Usher pour une préparation de boue [40]. Le résultat obtenu est de 25,7% (p/p), mais cette valeur peut changer légèrement d'une préparation de boue à l'autre.

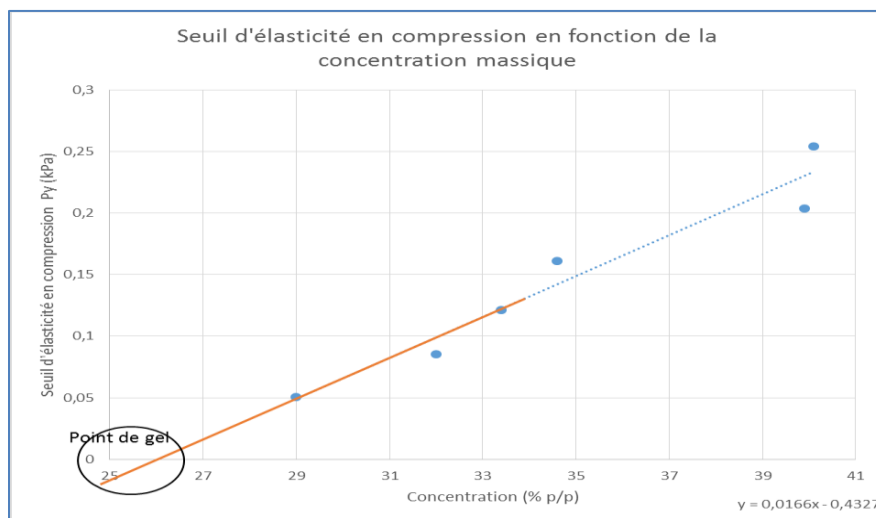


Figure 85. Valeur du point de gel de la boue

6.3 Fraction solide en fonction du temps dans le montage de 2 litres

Les Figures 87,88 et 89 présentent les résultats obtenus avec le rotor d'une demi-bille pour trois vitesses de rotation du rotor : ½ ,1 et 2 rpm .

Chaque essai a été réalisé en triplicata et les points de la Figure 86 correspondent à la moyenne de ces trois essais. De plus, chaque fraction solide a été échantillonnée en duplicata dans le petit montage de 2 litres.

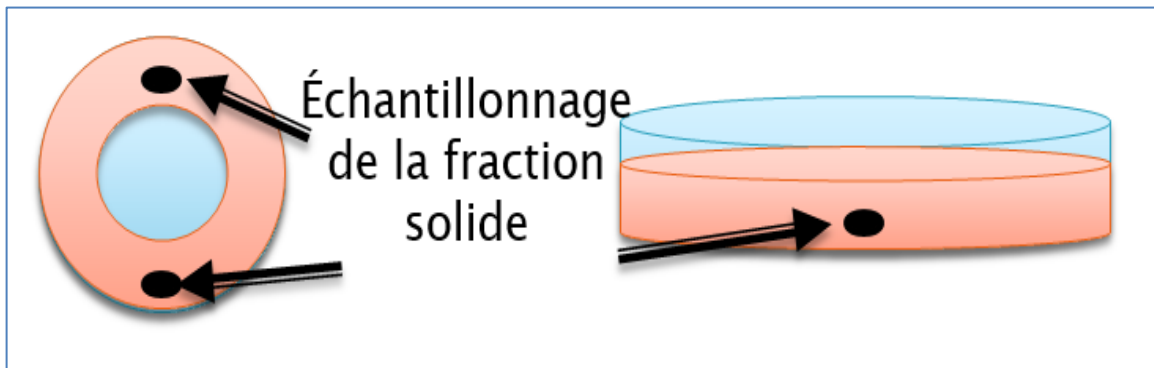


Figure 86. Échantillonnage de la fraction solide montage 2 litres

Le test statistique de Tau de Thompson a été utilisé pour éliminer les mesures aberrantes de fraction solide. Cette méthode prend en compte l'écart-type et la moyenne de la série et fournit un seuil de rejet déterminé statistiquement : cela offre donc une méthode objective pour éliminer une donnée aberrante [63]. Le seuil de rejet est donné par :

$$Seuil = \frac{t_{\alpha(n-1)} \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{n} \sqrt{n'-2+t_{\alpha/2}^2}} \quad (6.1)$$

où

$t_{\alpha/2}$ est la valeur critique provenant de la table de distribution de Student (voir en annexe A),

n' est la taille de l'échantillon.

Afin de déterminer si une valeur est aberrante, l'écart à la moyenne normalisée par l'écart-type, δ , est calculé

$$\delta = \left| \frac{X' - \bar{x}}{s} \right| \quad (6.2)$$

où

X' est la valeur testée,

\bar{x} est la moyenne de l'échantillon,

s est l'écart type de l'échantillon.

Si $\delta > \text{seuil}$, la valeur est considérée aberrante et est rejetée.

Si $\delta < \text{seuil}$, la valeur est considérée comme appartenant à l'échantillon et elle est conservée.

Le Test Tau de Thompson peut être appliqué de façon séquentielle. La valeur ayant le δ plus grand est testée en premier. Si cette valeur est rejetée, la moyenne, l'écart-type, le seuil de rejet et les valeurs de δ la nouvelle série sont calculés à nouveau. Le test est ensuite

appliqué à cette nouvelle série. Ce procédé est répété jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de données aberrantes dans l'échantillon.

L'intervalle de confiance de 95% associé à la mesure de chaque fraction solide est de $\pm 1\%$ en concentration solide ($n=240$). Cette valeur est ramenée à $\pm 0,7\%$ en concentration solide pour la moyenne de deux échantillons et à $\pm 0,4\%$ pour les points des Figures 87 à 89.

Les Figures 87, 88 et 89 représentent tous les essais effectués avec les rotors d'une demi-bille. La fraction solide tend à augmenter rapidement au début de l'essai pour ensuite ralentir jusqu'à atteindre un plateau. Les traits pleins servent uniquement à mieux visualiser les courbes, l'imprécision de la mesure peut être à l'origine des oscillations.

6.3.1 Essais pour une $\frac{1}{2}$ bille

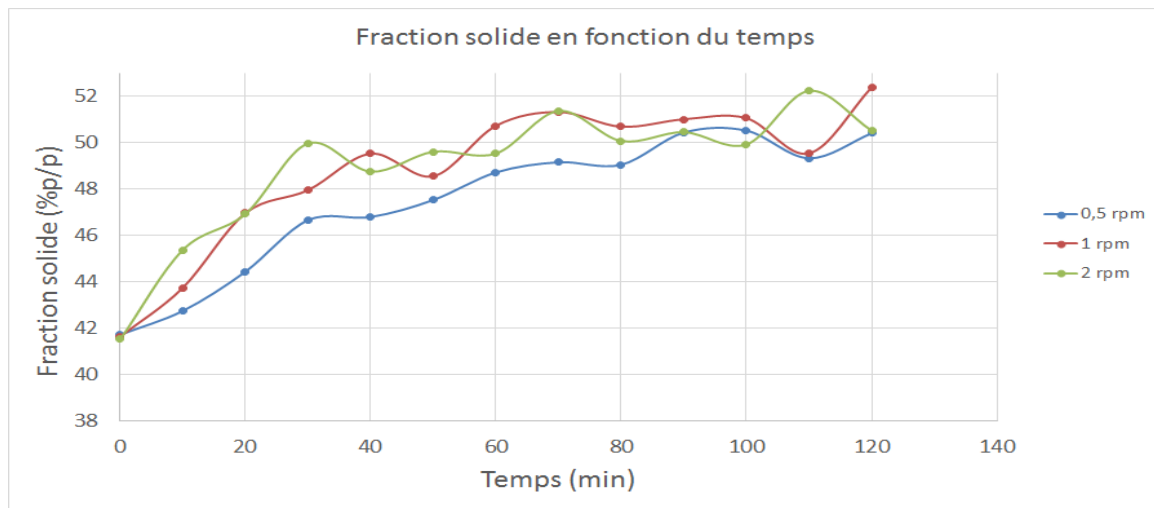


Figure 87. Essais pour $\frac{1}{2}$ bille

6.3.2 Essais pour deux ½ billes

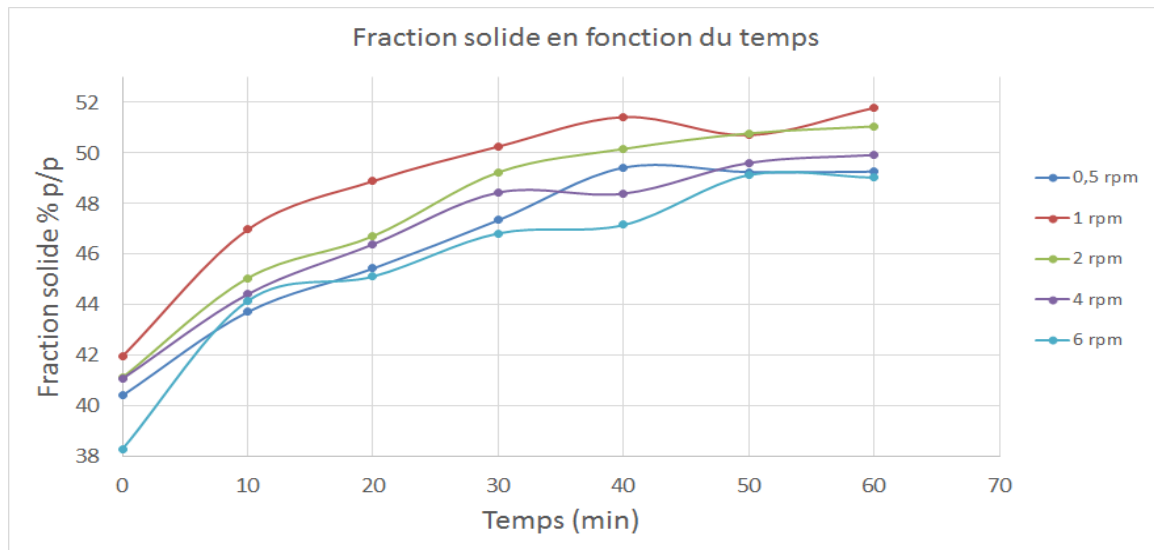


Figure 88. Essais pour deux 1/2 billes

6.3.3 Essais pour quatre ½ billes

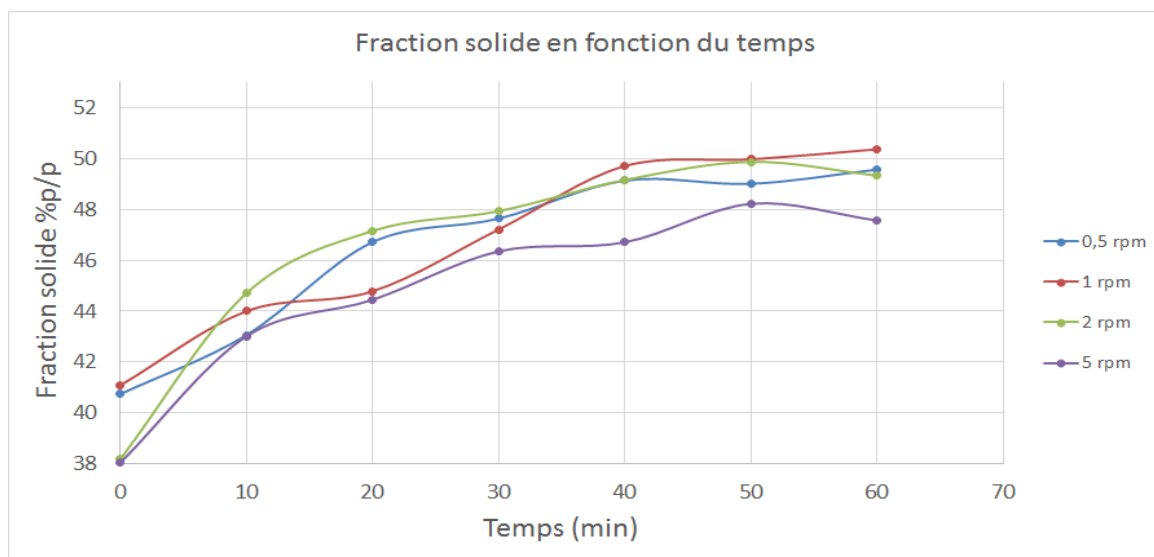


Figure 89. Essais pour quatre 1/2 billes

6.4 Développement du modèle mathématique de l'épaississement par cisaillement

Puisque l'on suppose que l'épaississement est dû à un affaiblissement de la structure de la boue, il est tout indiqué d'utiliser la déformation et non le taux de déformation parce que la déformation est reliée à l'élasticité (structure) des solides tandis que le taux de déformation est relié à l'écoulement des fluides.

On soumet l'hypothèse que le taux de variation de la fraction solide est proportionnelle à la déformation instantanée et inversement proportionnel à la fraction solide elle-même. Ceci implique que plus la fraction solide est élevée, plus l'effort nécessaire afin d'augmenter celle-ci est grand. Un plateau est donc éventuellement atteint à partir duquel la fraction solide n'augmente presque plus. Mathématiquement ce modèle devient :

$$\frac{dX}{dt} = \frac{k_0 \gamma}{X} \quad (6.3)$$

où

X est la fraction solide massique (% p/p),

t est le temps (s),

γ est la déformation appliquée,

k_0 est une constante empirique.

Cette équation peut être exprimée sous forme différentielle et intégrée :

$$XdX = k_0 \gamma dt \quad (6.4)$$

$$\frac{d(X^2)}{2} = k_0 \gamma dt \quad (6.5)$$

$$d(X^2) = 2k_0 \gamma dt \quad (6.6)$$

$$d(X^2) = k_1 \gamma dt \quad (6.7)$$

$$X^2 = k_1 \int_0^t \gamma dt' + X_0^2 \quad (6.8)$$

où

k_1 est une constante empirique incorporant le facteur 2,

X_0 est la fraction solide initiale .

La déformation subie par la boue dans le montage expérimental en fonction du temps est périodique. La Figure 90 illustre la périodicité de la déformation.

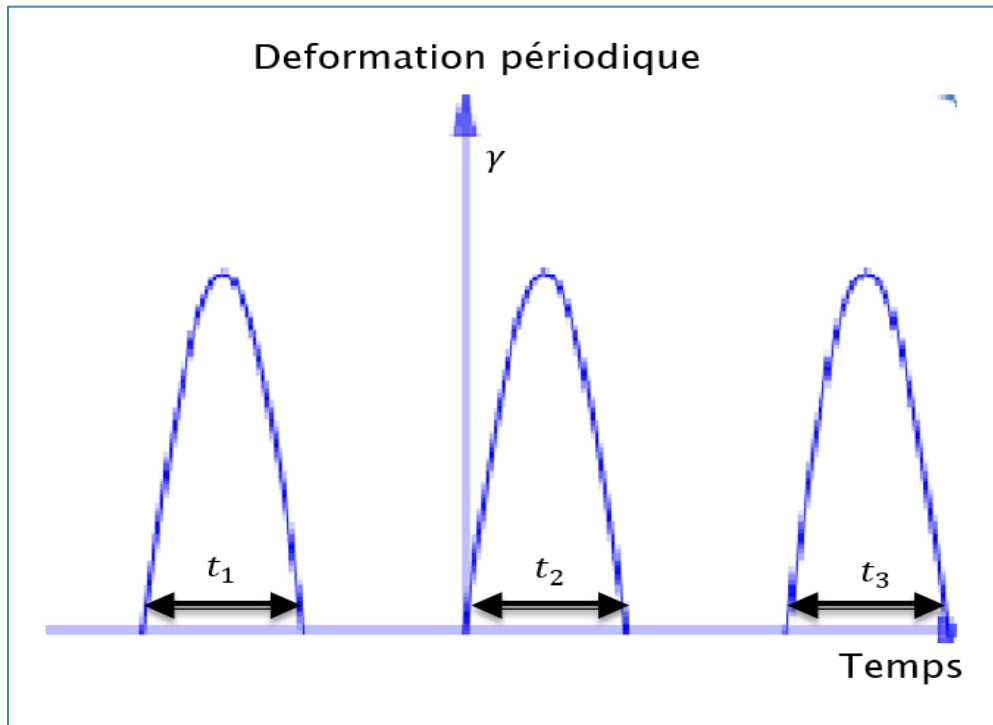


Figure 90. Déformation périodique

Chaque oscillation correspond au passage de la "vague de boue " sous l'action du rotor.

L'action du cisaillement correspond à l'intégrale sous cette courbe.

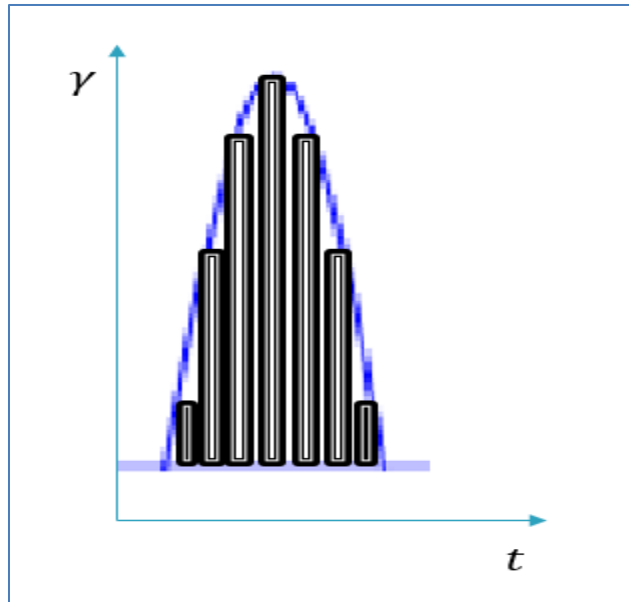


Figure 91. Aire sous la courbe d'une oscillation

Mathématiquement, la fraction solide ne peut être supérieure à l'unité. Physiquement sa valeur maximale est inférieure à l'unité.

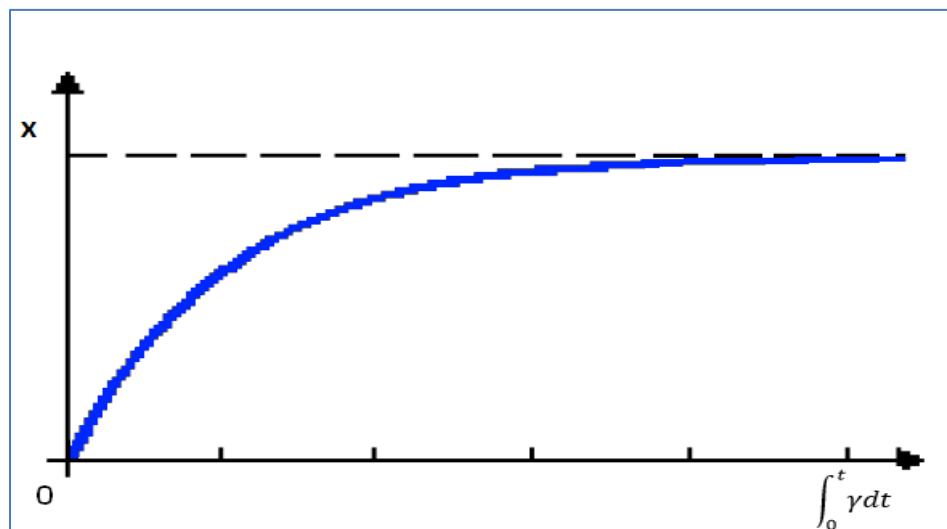


Figure 92. Asymptote de l'augmentation de la fraction solide

La relation 6.8 n'est pas bornée, elle est strictement croissante. Ceci ne correspond pas au comportement borné exigé par la situation physique. Une méthode permettant de borner la fonction est de remplacer la variable $\int_0^t \gamma dt'$ par la variable 'Z' suivante.

$$Z = \frac{\int_0^t \gamma dt'}{k_2 + \int_0^t \gamma dt'} \quad (6.9)$$

où

k_2 est une constante empirique.

Lorsque

$$\int_0^t \gamma dt' \rightarrow \infty \quad (6.10)$$

La variable Z

$$\frac{\int_0^t \gamma dt'}{k_2 + \int_0^t \gamma dt'} \rightarrow 1 \quad (6.11)$$

Cette nouvelle variable est bornée à la valeur de 1, de ce fait, bornant la relation d'épaississement :

$$X^2 = X_0^2 + \frac{k_1 \int_0^t \gamma dt'}{k_2 + \int_0^t \gamma dt'} \quad (6.12)$$

En utilisant le théorème de la valeur moyenne pour une intégrale, on peut substituer l'intégrale par :

$$\gamma_m t = \int_0^t \gamma dt' \quad (6.13)$$

où

γ_m est la déformation moyenne pendant le passage du rotor,

t est le temps de passage du rotor (s).

Ce qui donne

$$X^2 = X_0^2 + \frac{k_1 \gamma_m t}{k_2 + \gamma_m t} \quad (6.14)$$

6.5 Essais avec les rotors de ½ bille

Le montage de 2 litres a été utilisé pour les essais avec les ½ billes. Les valeurs de déformation listées dans le tableau 8 correspondent à $\int \gamma t$ mesurée pendant le passage du rotor d'une demi-bille

où

γ est la déformation subie par la boue lors d'un seul passage du rotor,

t est la durée de l'application de la déformation (s).

Puisque la fraction solide est mesurée aux 10 minutes et que $\int \gamma t$ est également mesuré une fois pendant le dernier passage du rotor, cette valeur de $\int \gamma t$ est utilisée pour tous les passages précédents du rotor pendant ce laps de temps. Le nombre de passages d'un rotor dans la fenêtre d'observation pendant ce laps de temps de 10 minutes est aussi indiqué dans le tableau 8.

Finalement, la dernière colonne du tableau 8 listes les valeurs cumulatives de $\int \gamma t$ pendant ce laps de temps de 10 minutes.

Les Figures 93, 94 et 95 présentent la fraction solide en fonction de $\int \gamma t$ cumulatif plutôt qu'en fonction du temps écoulé.

Tableau 8. Valeurs de déformation pour différentes configurations de rotors (1/2 bille) et de vitesses de rotation

Nombre de demi-billes	Vitesse (rpm)	$\int \gamma t$ (un seul passage de rotor) (s)	Nombre de passages de demi-bille en 10 minutes	$\int \gamma t$ cumulatif (s)
1	0,5	0,61	5	3,05
1	1	0,398	10	3,98
1	2	0,165	20	3,3
2	0,5	0,61	10	6,1
2	1	0,398	20	7,96
2	2	0,165	40	6,6
2	4	0,0825	80	6,6
2	6	0,06633	120	7,96
4	0,5	0,61	20	12,2
4	1	0,398	40	15,92
4	2	0,165	80	13,2
4	5	0,0796	200	15,92

6.5.1 Essais pour une 1/2 bille

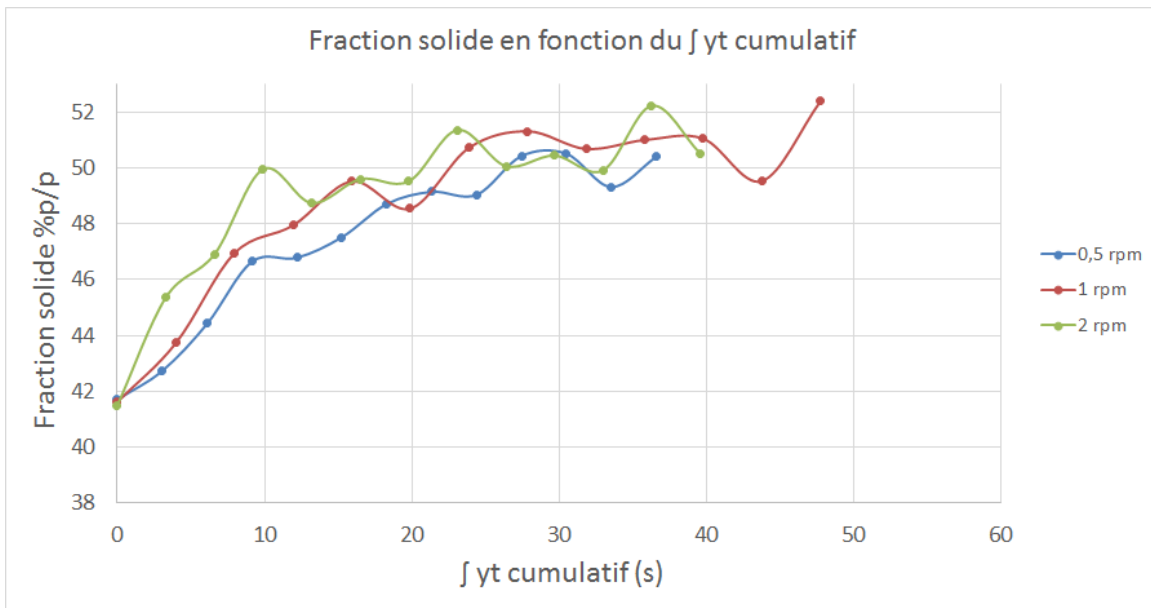


Figure 93. Déformation cumulative 1/2 bille

6.5.2 Essais pour deux 1/2 billes

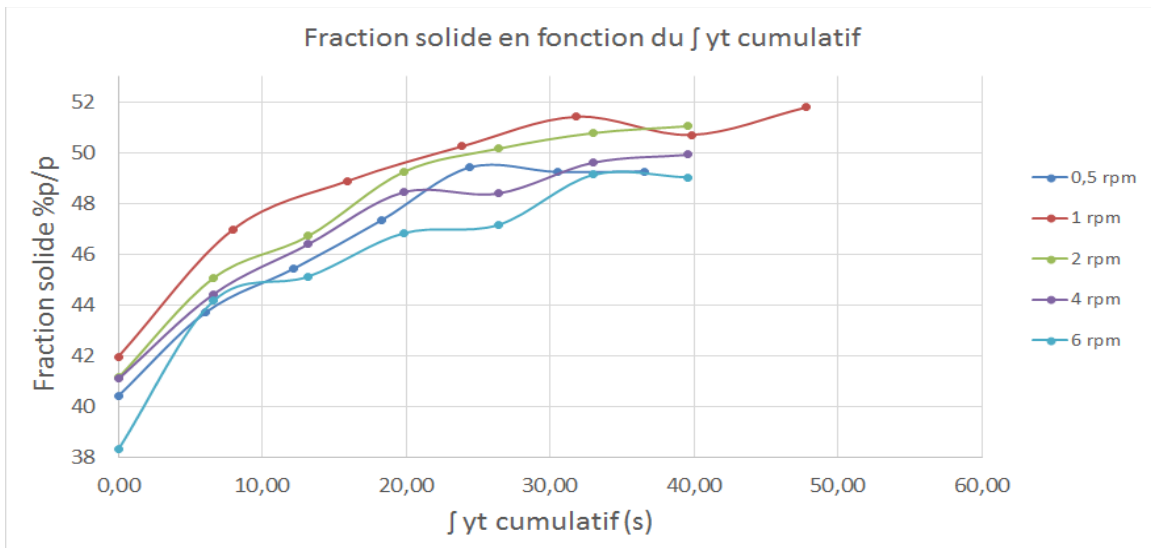


Figure 94. Déformation cumulative deux 1/2 billes

6.5.3 Essais pour quatre ½ billes

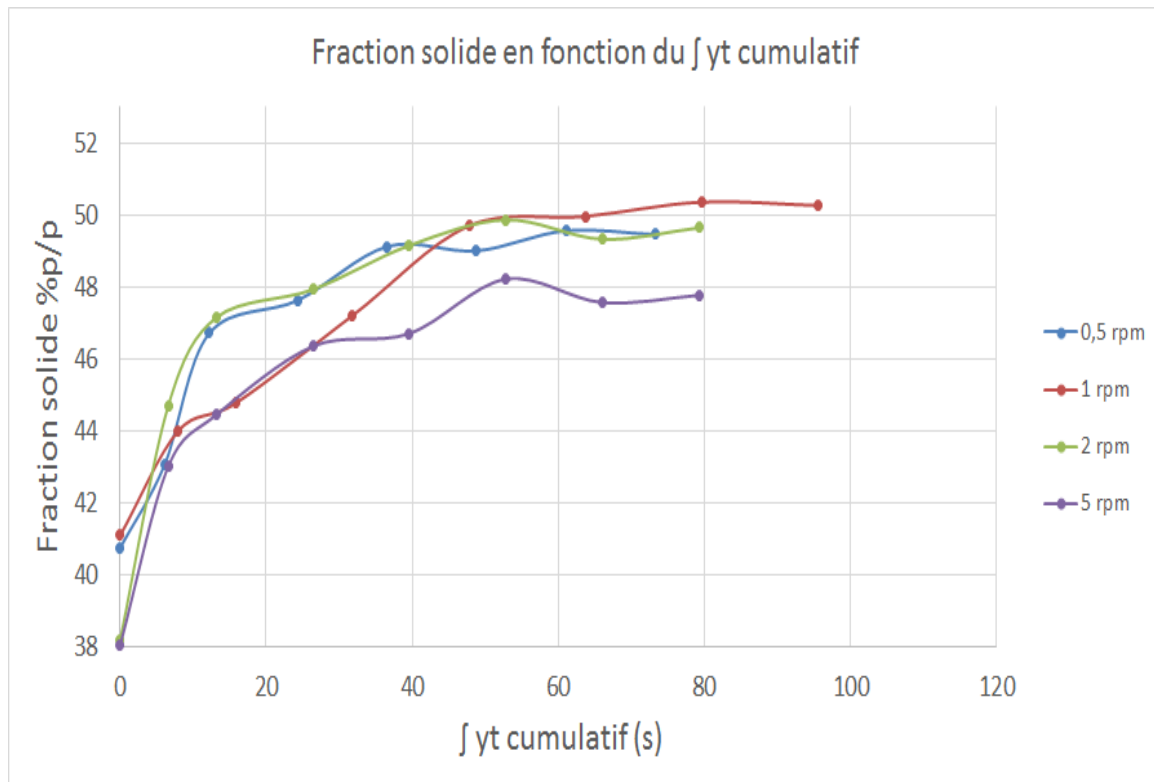


Figure 95. Déformation cumulative 4 demi-billes

On remarque qu'une trop grande vitesse de rotation du rotor semble moins efficace pour augmenter la fraction solide (5rpm et plus). Pour des vitesses de rotation inférieure à 5 rpm, toutes les configurations de rotors ont un effet similaire.

Finalement, la relation d'épaississement peut être ajustée aux essais. Voir Figures 96 à 106.

On remarque que la corrélation est excellente dans chacune des figures.

6.5.4 Essai pour une 1/2 bille 0,5 rpm

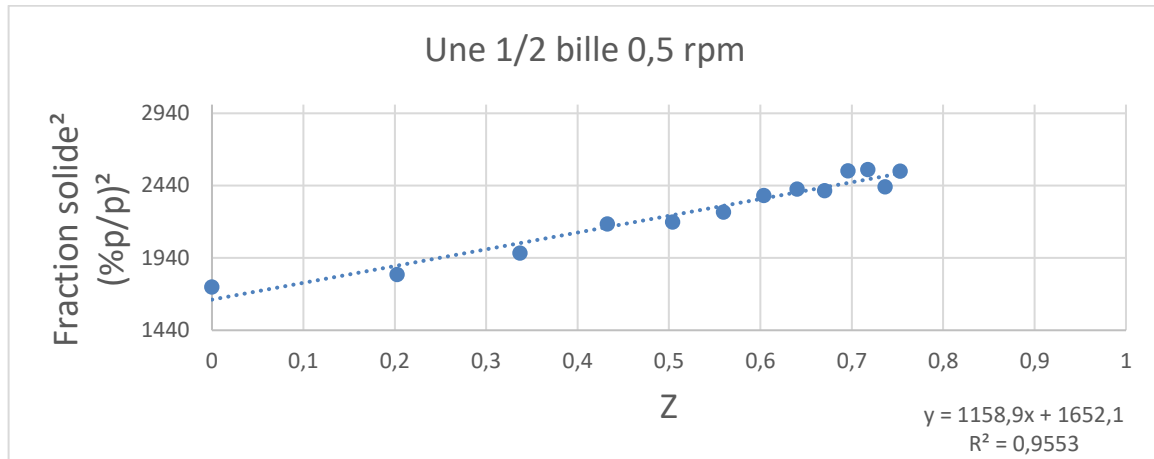


Figure 96. Essai 1/2 bille, 1/2 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.5 Essais pour une 1/2 bille 1 rpm

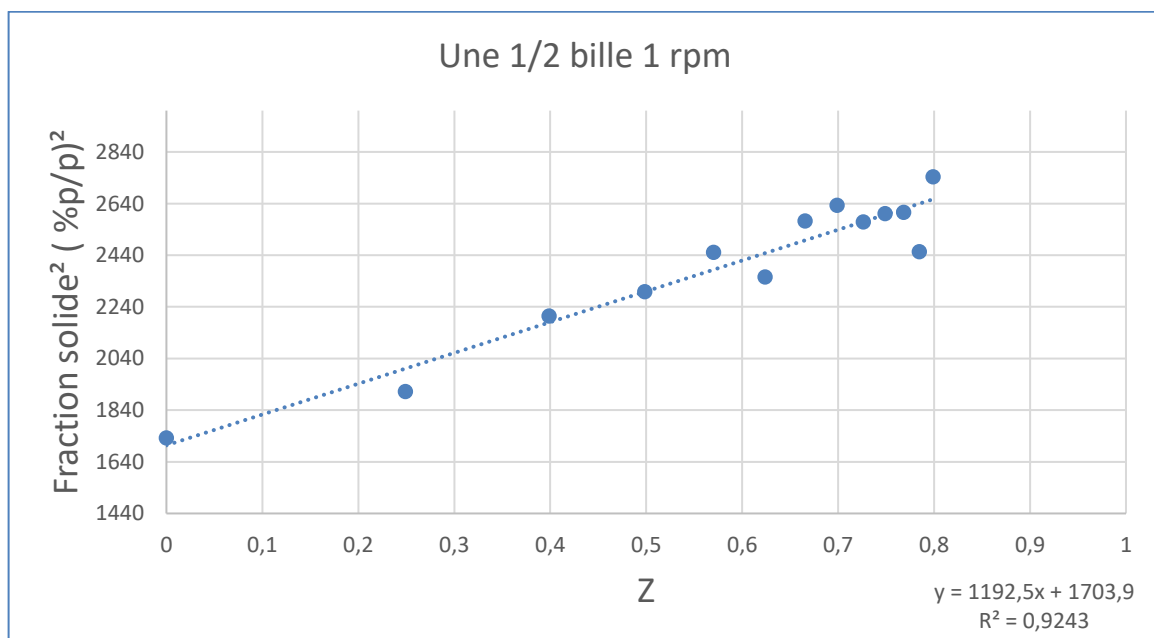


Figure 97. Essai 1/2 bille, 1 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.6 Essais pour une 1/2 bille 2 rpm

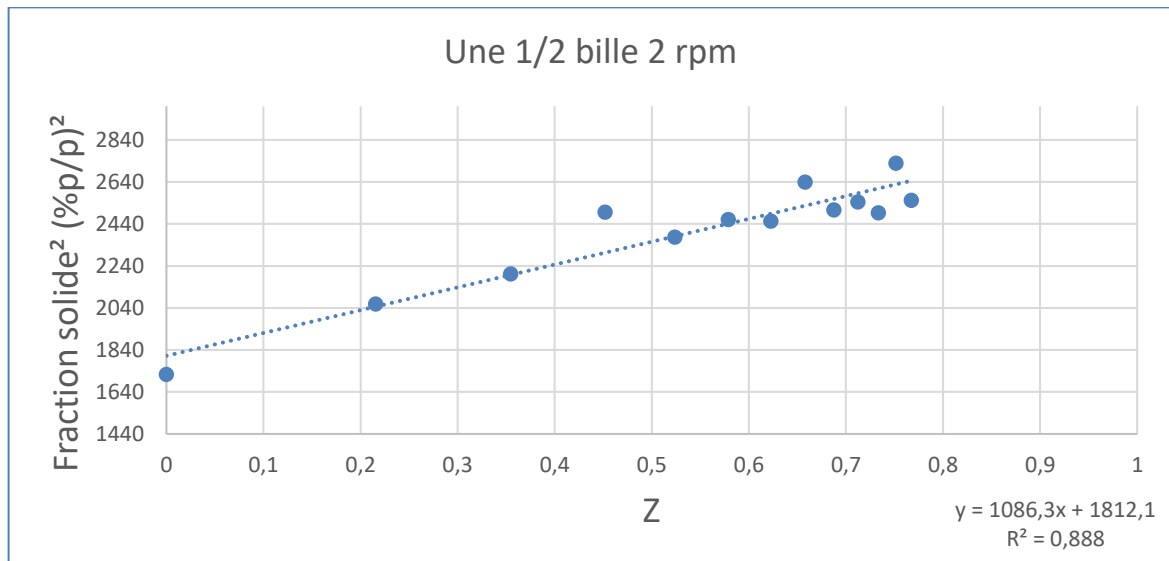


Figure 98. Essai 1/2 bille, 2 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.7 Essais pour deux 1/2 billes 0,5 rpm

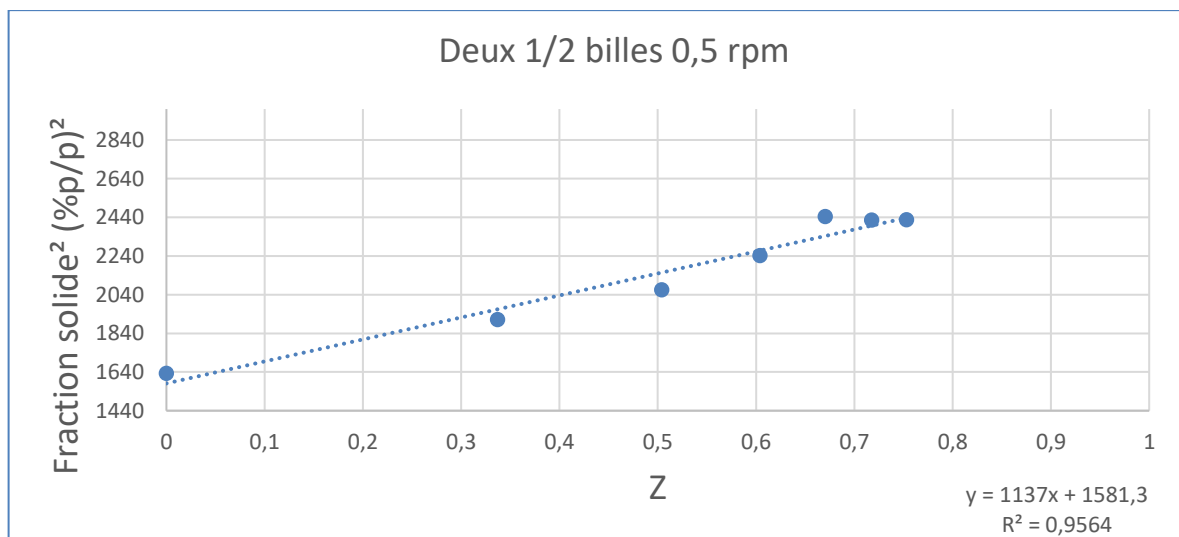


Figure 99. Essai deux 1/2 billes, 1/2 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.8 Essais pour deux ½ billes 1 rpm

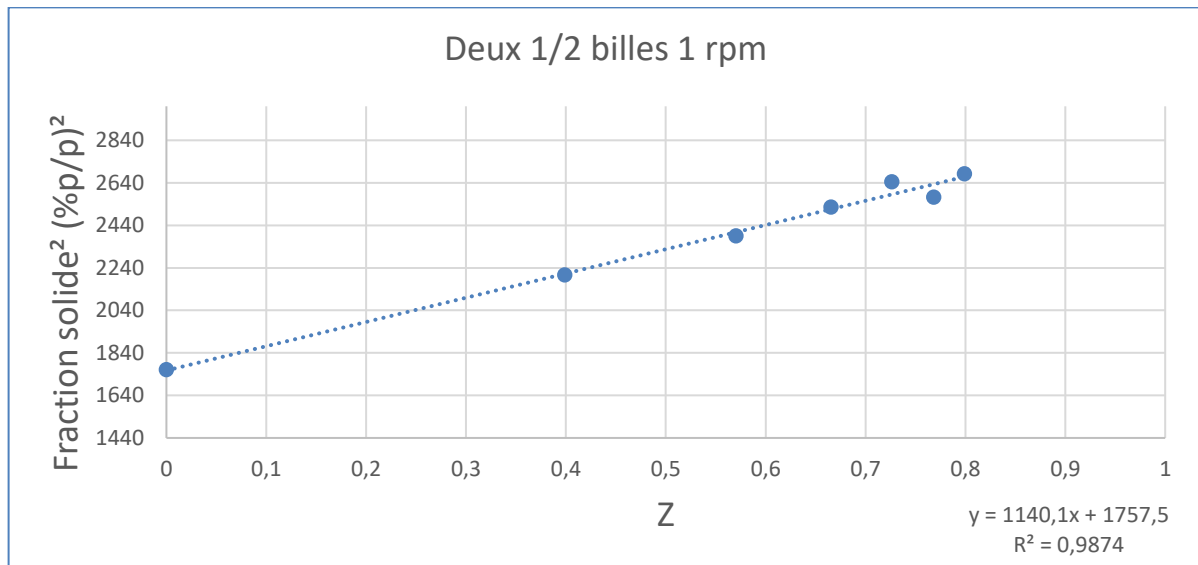


Figure 100. Essai deux 1/2 billes, 1 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.9 Essais pour deux ½ billes 2 rpm

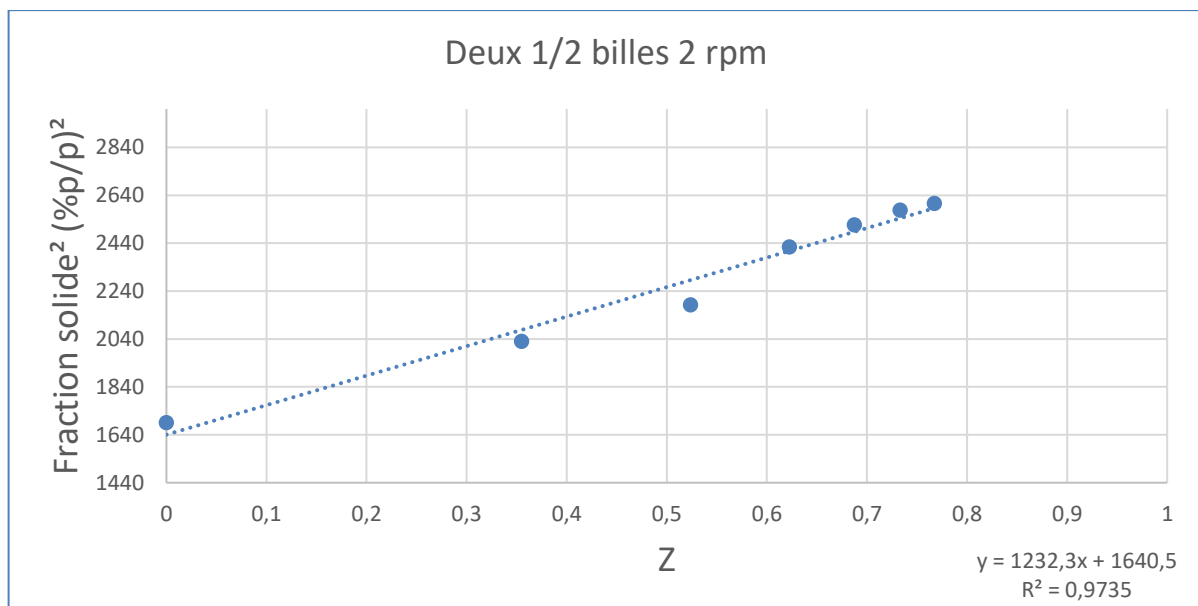


Figure 101. Essai deux 1/2 billes, 2 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.10 Essais pour deux 1/2 billes 4 rpm

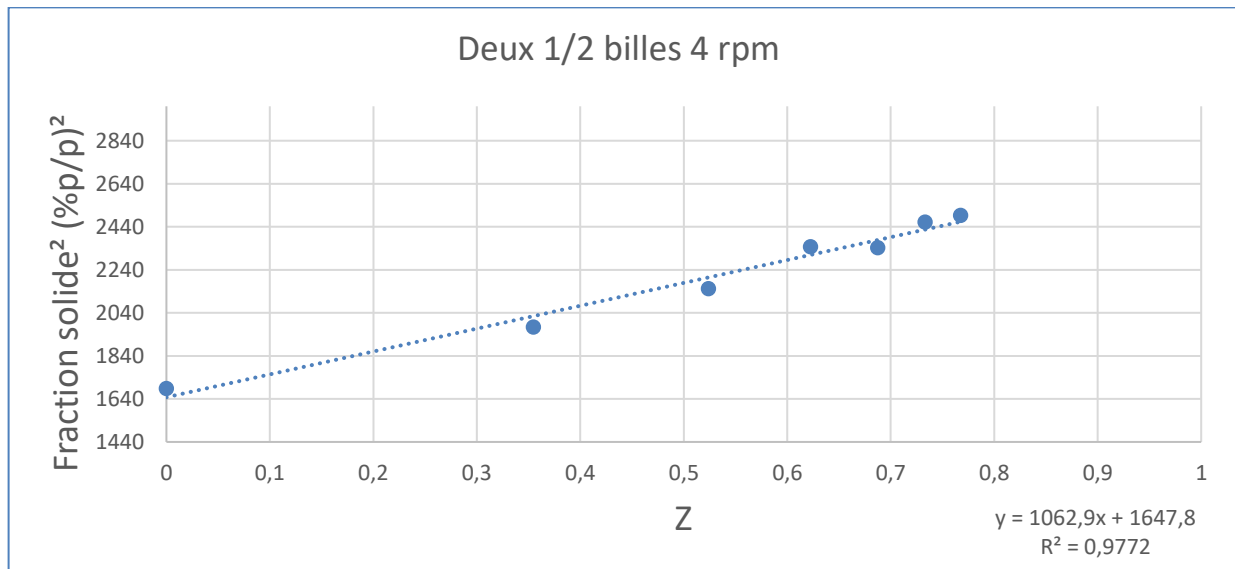


Figure 102. Essai deux 1/2 billes, 4 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.11 Essais pour quatre 1/2 billes 0,5 rpm

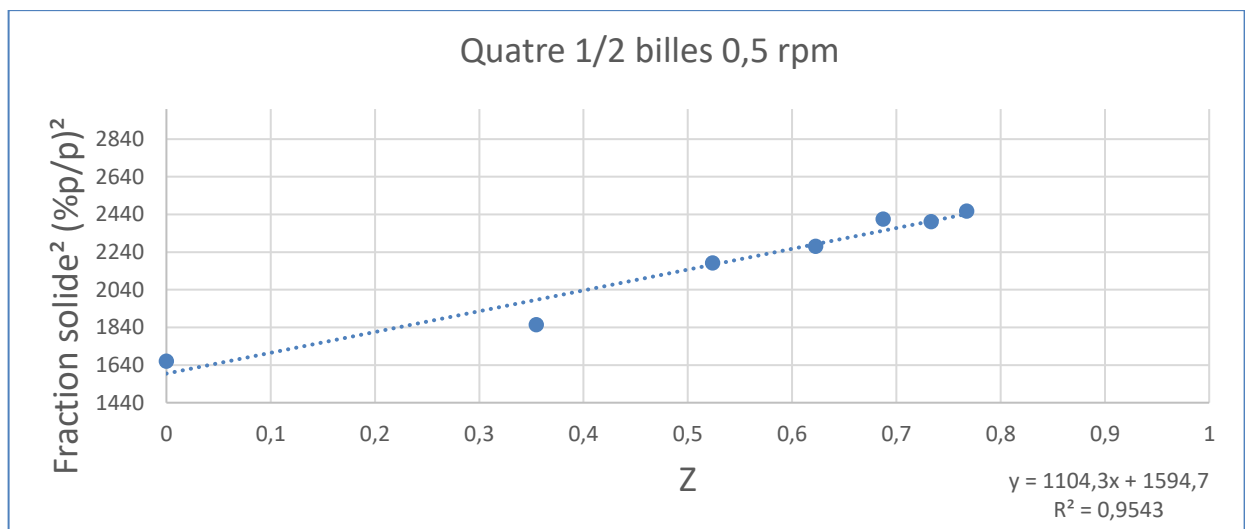


Figure 103. Essai quatre 1/2 billes, 1/2 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.12 Essais pour quatre 1/2 billes 1 rpm

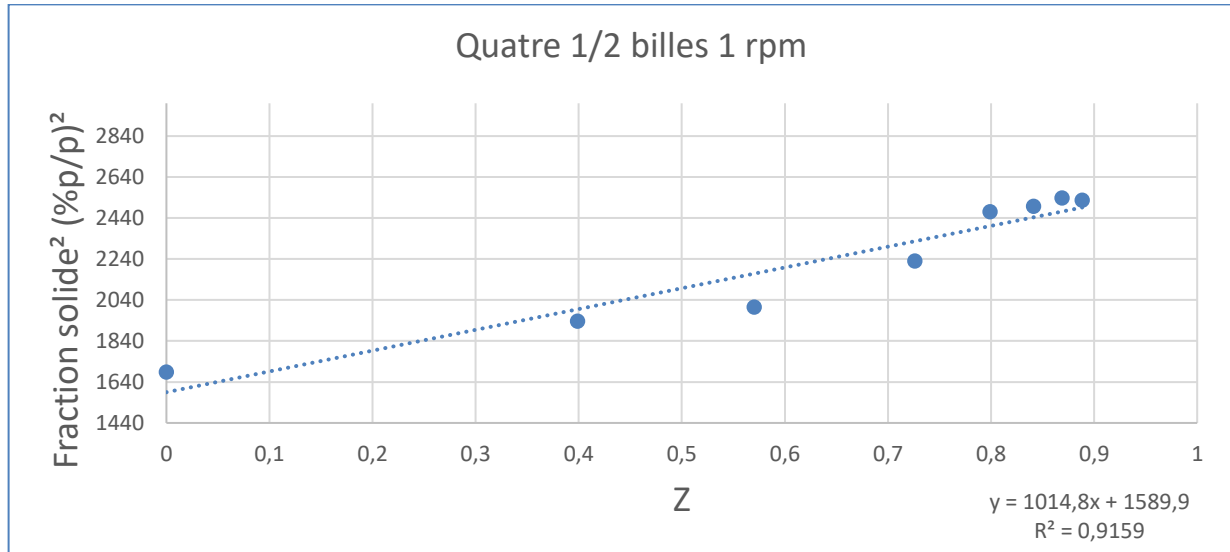


Figure 104. Essai quatre 1/2 billes, 1 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.13 Essais pour quatre 1/2 billes 2 rpm

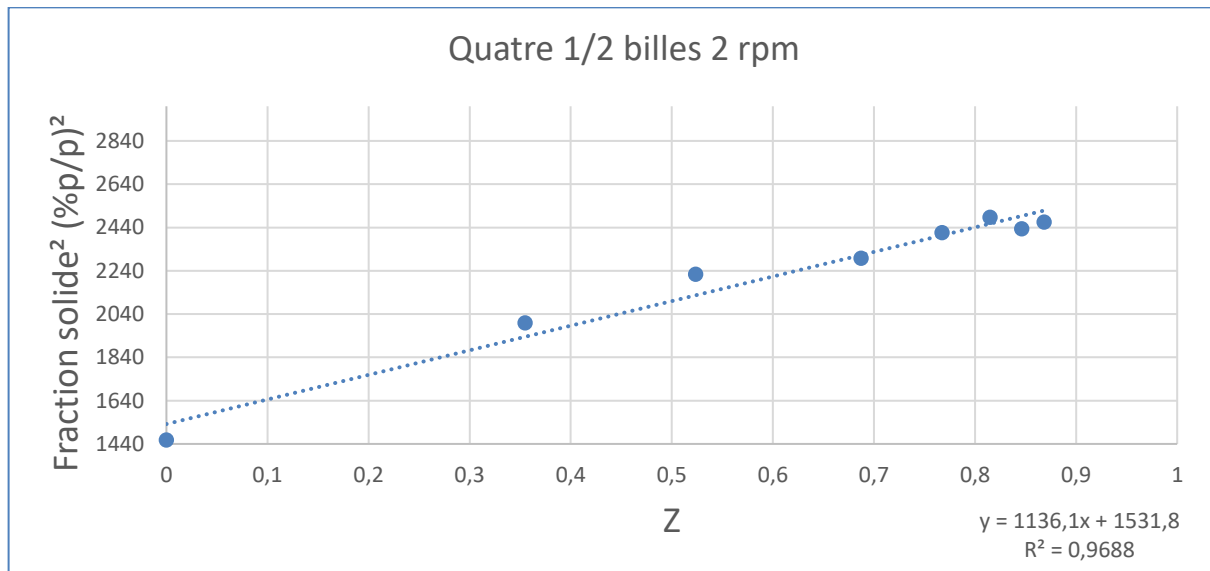


Figure 105. Essai quatre 1/2 billes, 2 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.14 Essais pour quatre 1/2 billes 5 rpm

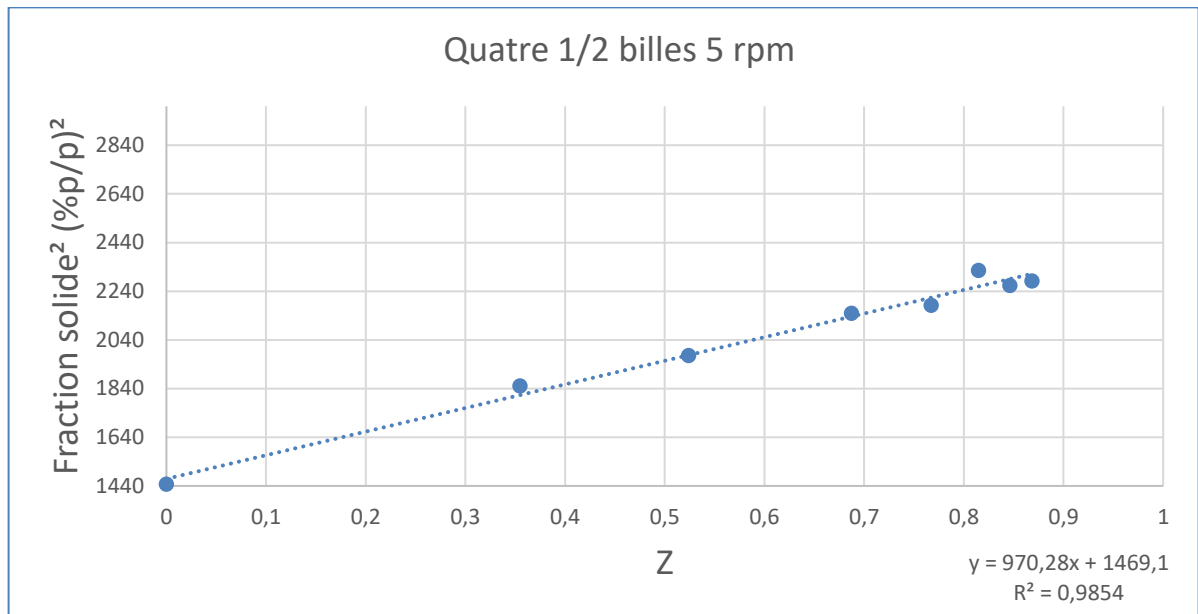


Figure 106. Essai quatre 1/2 billes, 5 rpm avec l'équation d'épaississement

6.5.15 Récapitulatif des essais avec les demi-billes

Tableau 9. Récapitulatif des essais avec les demi-billes

Nombre de demi-billes	rpm	$k_1(\%p/p)^2$	$k_2(s)$	$X_0^2(\%p/p)^2$	R^2
1	0,5	1158,9	12	1652,1	0,9553
1	1	1192,5	12	1703,9	0,9243
1	2	1086,3	12	1812,1	0,888
2	0,5	1137	12	1581,3	0,9564
2	1	1140,1	12	1757,5	0,9874
2	2	1232,3	12	1640,5	0,9735
2	4	1062,9	12	1647,8	0,9772
2	6	1189,3	12	1471,3	0,9742
4	0,5	1104,3	12	1594,7	0,9543
4	1	1014,8	12	1589,9	0,9159
4	2	1136,1	12	1531,8	0,9688
4	5	970,28	12	1469,1	0,9854
Moyenne		1118,7317	12	1621	0,9550583

6.6 Essais avec des rotors de billes pleines dans le montage de 6 litres

La hauteur du lit de boue dans le montage de 2 litres est insuffisante pour mener des essais avec les billes pleines. Le montage avec une capacité de 6 litres a été utilisé. Le rotor n'affecte pas uniformément l'ensemble du lit de boue comme dans le petit montage. Pour les besoins d'échantillonnage, le lit de boue est séparé en deux zones, soit la zone du bas ainsi que la zone du haut. L'échantillonnage dans ces zones est effectué de la même manière que dans le cas du montage de 2 litres. La déformation est mesurée pour les deux zones. La figure suivante illustre l'échantillonnage de la fraction solide dans le montage de 6 litres.

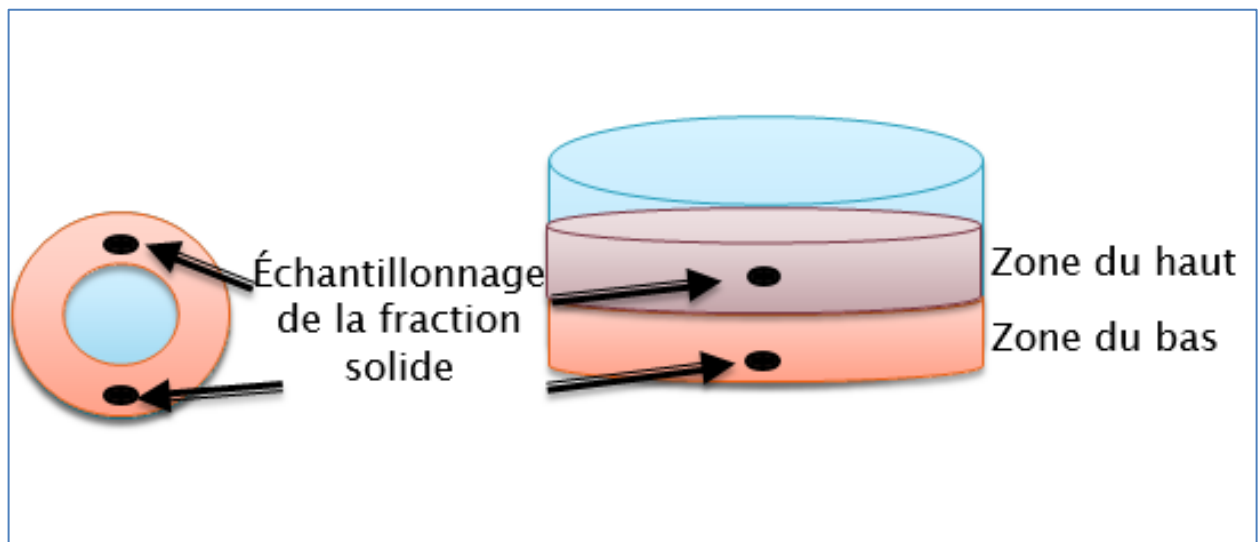


Figure 107. Échantillonnage dans le montage de 6 litres

Les valeurs de déformation listées dans le tableau 10 correspondent à $\int \gamma dt$ mesurée pendant le passage du rotor de la bille pleine.

Tableau 10. Valeurs de déformation pour différentes configurations de rotors (bille pleine)

Nombre billes	Position	Vitesse (rpm)	$\int \gamma t$ (un seul passage) (s)	Nombre de passages de bille en 10 minutes	$\int \gamma t$ (Cumulatif) (s)
2	Haut	1	0,048	20	0,96
2	Bas	1	0,63	20	12,6
4	Haut	1	0,048	40	1,92
4	Bas	1	0,63	40	25,2

Les Figures 108 et 109 représentent les essais effectués avec les rotors de bille pleine.

Comme avec les rotors de $\frac{1}{2}$ bille, la fraction solide tend à augmenter rapidement au début de l'essai pour ensuite ralentir jusqu'à atteindre un plateau.

6.6.1 2 billes pleines 1rpm

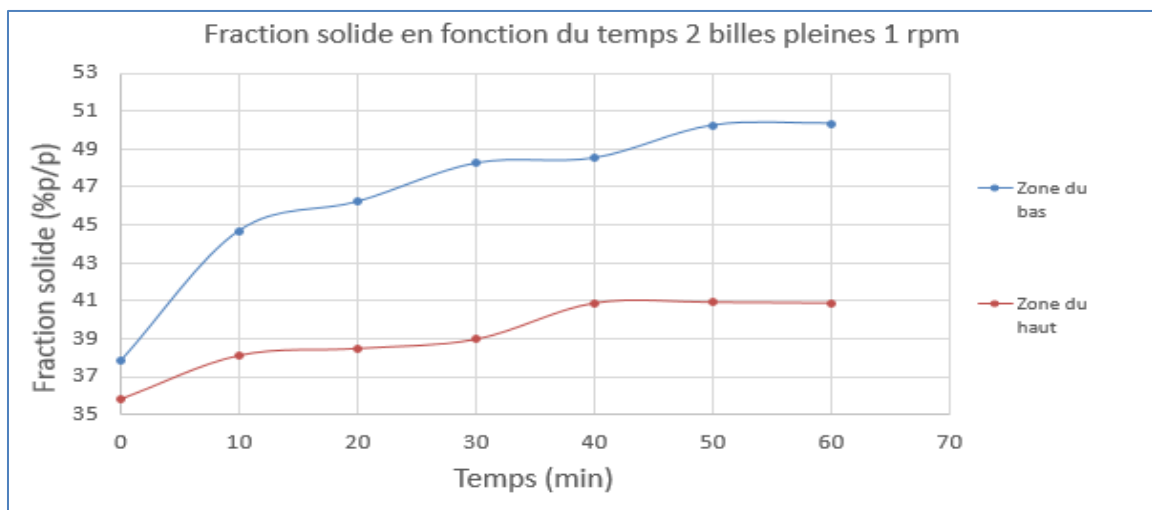


Figure 108. Fraction solide en fonction du temps, montage de 6 litres (2 billes pleines 1rpm)

6.6.2 4 billes pleines 1rpm

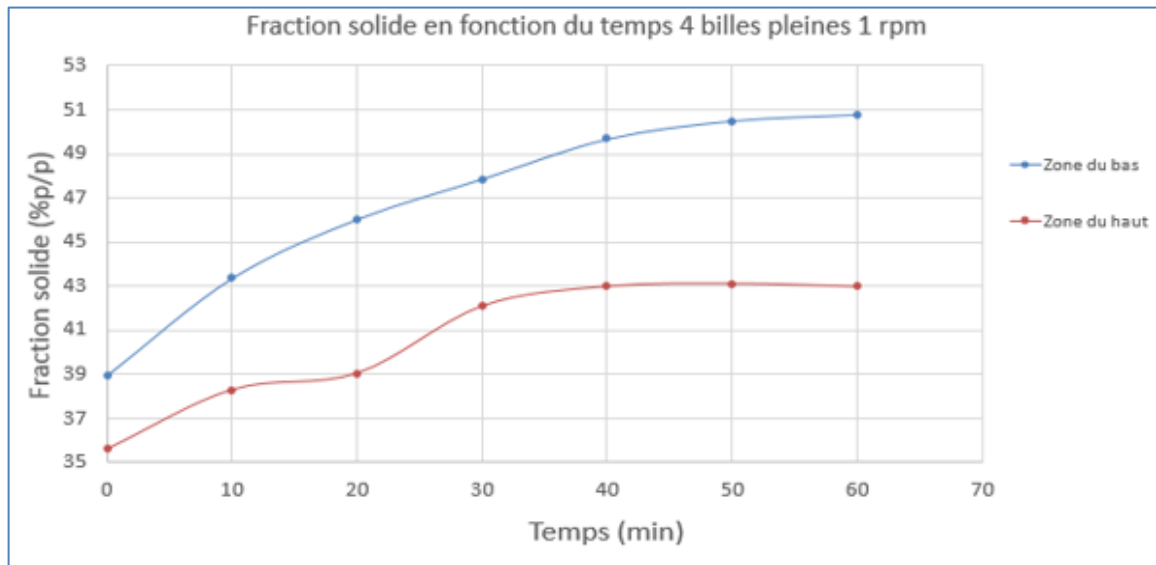


Figure 109. Fraction solide en fonction du temps, montage de 6 litres (4 billes pleines, 1rpm)

On remarque que les fractions solides de la zone du bas sont supérieures à celles de la zone du haut. De plus, l'épaississement est plus efficace dans la zone du bas que dans celle du haut (voir Figure 110 à 113). Le gain en fraction solide est d'environ 12 % (p/p) dans la zone du bas et d'environ 6 % (p/p) dans la zone du haut.

Les Figures 110 à 113 représentent l'ajustement de la relation d'épaississement aux données obtenues avec le montage de 6 litres.

6.6.3 2 billes pleines 1rpm (zone du bas)

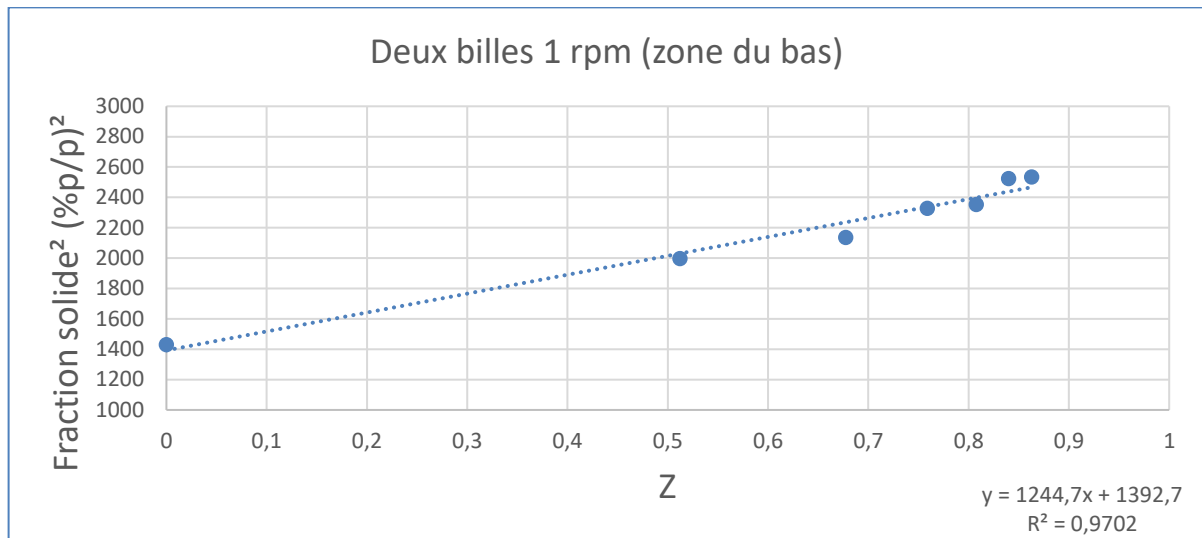


Figure 110. Ajustement de la relation d'épaississement aux données du montage de 6 litres (2 billes pleines, 1 rpm, zone du bas)

6.6.4 2 billes pleines 1rpm (zone du haut)

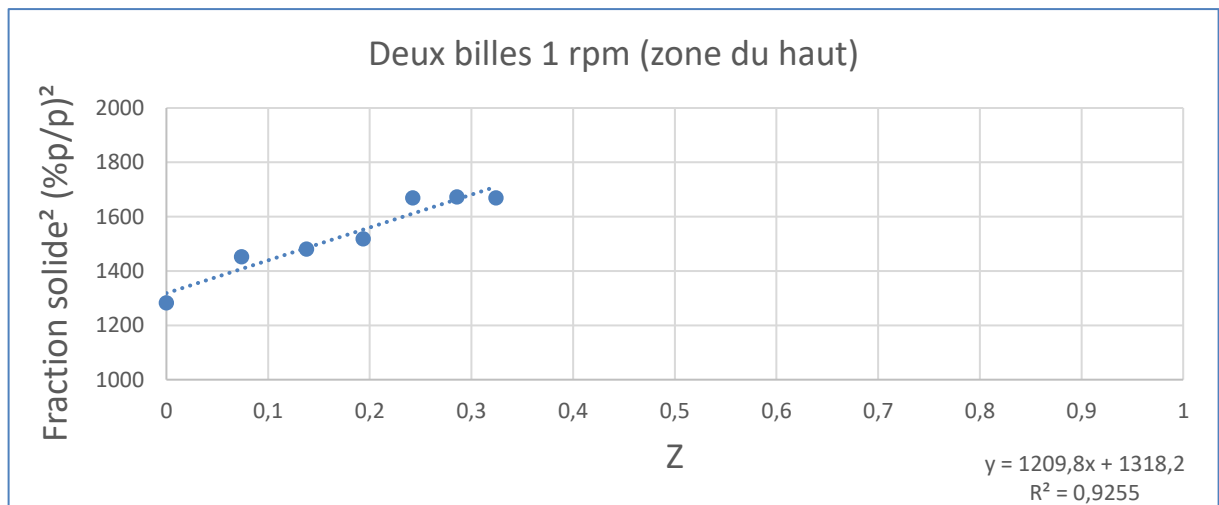


Figure 111. Ajustement de la relation d'épaississement aux données du montage de 6 litres (2 billes pleines, 1 rpm, zone du haut)

6.6.5 4 billes pleines 1rpm (zone du haut)

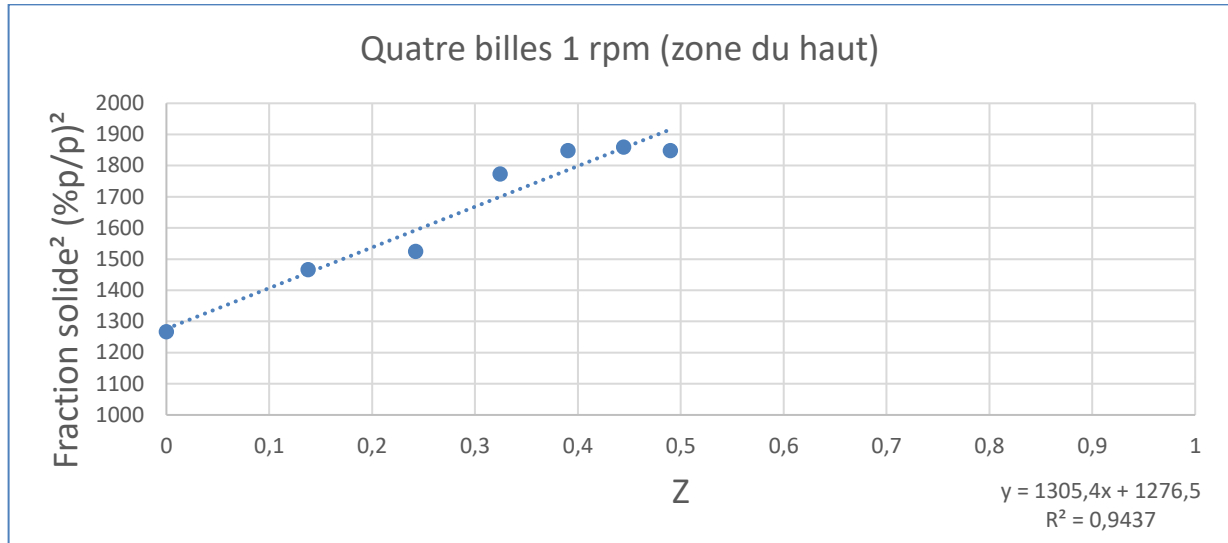


Figure 112. Ajustement de la relation d'épaississement aux données du montage de 6 litres (4 billes pleines, 1 rpm, zone du haut)

6.6.6 4 billes pleines 1rpm (zone du bas)

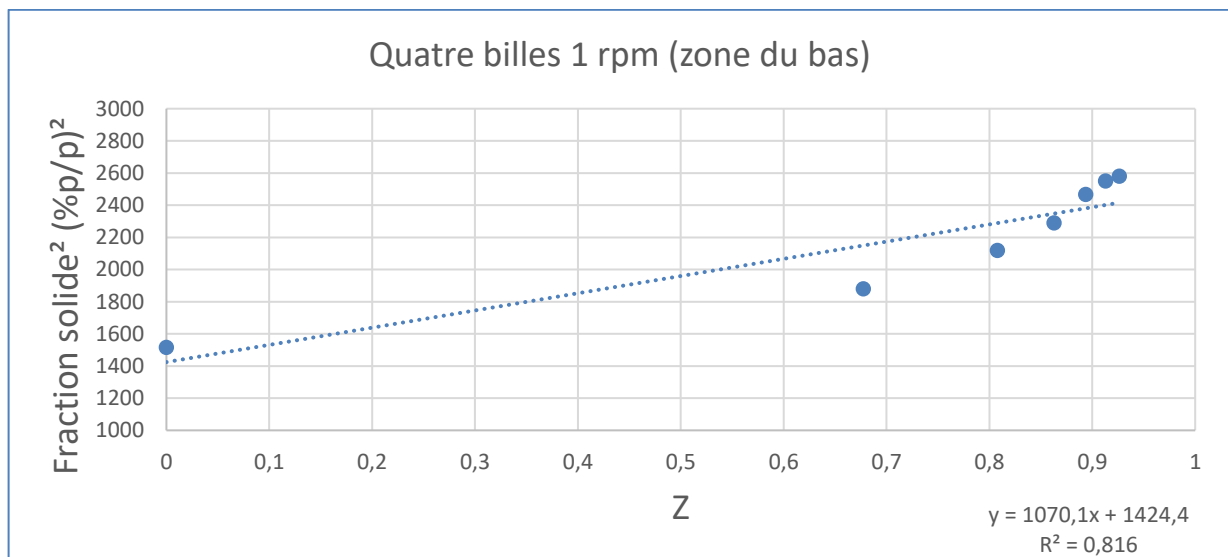


Figure 113. Ajustement de la relation d'épaississement aux données du montage de 6 litres (4 billes pleines, 1 rpm, zone du bas)

On remarque que l'épaississement est moins prononcé dans la zone du haut parce que les déformations sont moins importantes.

6.6.7 Récapitulatif des résultats du montage de 6 litres

Tableau 11. Récapitulatif des résultats du montage de 6 litres

Nombre de billes	Position	rpm	$k_1(\%p/p)^2$	$k_2(s)$	$X_0^2(\%p/p)^2$	R^2
2	Bas	1	1244,7	12	1392,7	0,9702
2	Haut	1	1209,8	12	1318,2	0,9255
4	Haut	1	1305,4	12	1276,5	0,9437
4	Bas	1	1070,1	12	1424,4	0,816
Moyenne			1207,5	12	1352,95	0,91385

L'ajustement de la relation d'épaississement à tous les essais simultanément est présenté à la Figure 114.

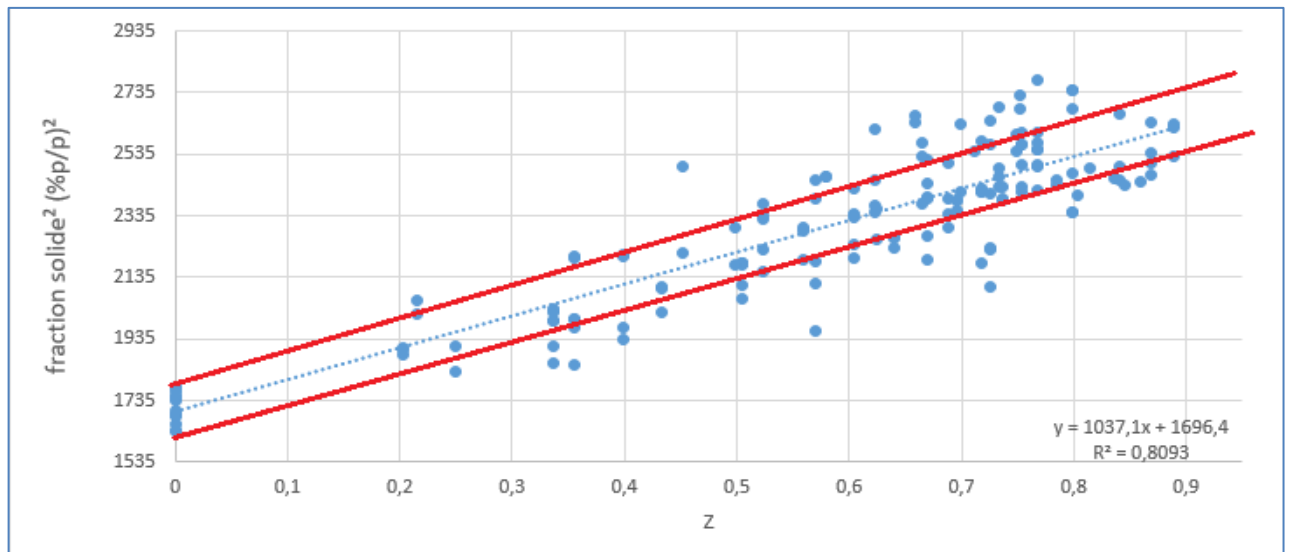


Figure 114. Résultats combinés des deux montages

On remarque que le coefficient de corrélation est légèrement plus faible que ceux des courbes individuelles. Ceci se traduit par le fait que la fraction solide initiale est légèrement différente d'un essai à l'autre.

6.7 Identification des constantes k_1 et k_2

La valeur maximale de la variable Z de la relation d'épaississement est de 1. Lorsque $Z=1$, la fraction solide atteint la valeur maximale par cisaillement. Ainsi la fraction solide maximale atteignable par épaississement par cisaillement serait d'environ 52,3% (p/p) dans le cas de la boue rouge utilisée dans les essais. De la même façon la valeur négative maximale serait de -1. Ceci devrait correspondre à la plus petite fraction solide possédant une structure, soit le point de gel. Cette extrapolation avec les données de la Figure 85 donne un point de gel de 25,7% (p/p) dans le cas de la boue utilisée pour les essais.

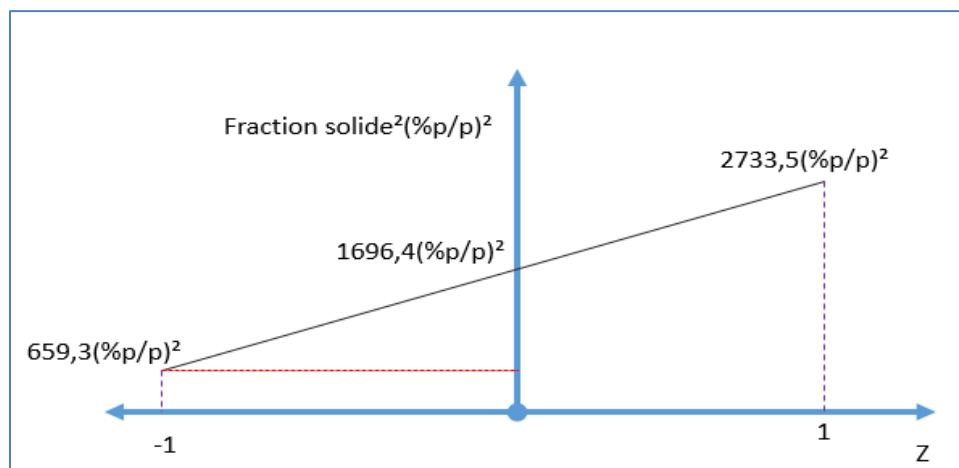


Figure 115. Calcul de la constante multiplicative k_1

En substituant $X=X_g$ et $Z=-1$ dans l'équation 6.14, on obtient la valeur de k_1 en terme de X_g et X_o :

$$k_1 = X_0^2 - X_g^2 \quad (6.15)$$

$$k_1 = 1037$$

Finalement, la boue étant un milieu poreux il est possible d'utiliser en analogie la loi de Darcy pour évaluer le k_2 . Selon la loi de Darcy [59] $\left(\frac{\mu}{\Delta p}\right)$ correspond au temps requis pour qu'un volume de liquide $\left(\frac{kA}{L}\right)$ percole à travers un milieu perméable. De façon similaire $\left(\frac{\mu}{p_y}\right)$ correspondrait à un temps de relaxation pour que la boue se compacte. L'identification de k_2 à ce rapport donne :

$$k_2 = \frac{\mu_{40-50\%}}{p_{y(40\%)}} \quad (6.16)$$

$$k_2 = \frac{3600 \text{ Pa} \cdot s}{300 \text{ Pa}} = 12s$$

La viscosité dynamique moyenne est utilisée dans l'équation 6,16 tandis que le p_y est utilisé à 40 (%p/p) puisque la pression hydrostatique appliquée par la boue est constante tout le long de l'essai. La valeur obtenue par la régression linéaire est de $k_2 = 12s$ (Tableaux 9 et 11). Encore une fois, l'accord est exceptionnel. Nous proposons donc d'identifier k_1 et k_2 aux propriétés du fluide. Cette identification reste à être confirmée en effectuant des essais avec des boues rhéologiquement différentes. L'équation d'épaississement devient alors :

$$X^2 = X_0^2 + \frac{(X_0^2 - X_g^2) \gamma_m t}{\frac{\mu_{40\%}}{p_{y40\%}} + \gamma_m t} = X_0^2 + (X_0^2 - X_g^2) Z \quad (6.17)$$

où n'apparaît aucune nouvelle constante empirique.

Chapitre 7 Simulation numérique

Le modèle mathématique développé permettrait de calculer l'épaississement par cisaillement dans n'importe quel décanteur pourvu que les déformations et leurs temps d'application soient partout connus. Par exemple, la simulation numérique du lit de boue dans le décanteur devrait permettre de calculer ses déformations. Avant d'incorporer l'équation d'épaississement dans la simulation numérique d'un décanteur, cette approche doit être validée par la simulation numérique du montage expérimental dans lequel la variation temporelle de la fraction solide est connue. Puisque le fluide présent dans le montage est un fluide particulière possédant deux phases, soit la phase liquide ainsi que la phase solide, une simulation diphasique est nécessaire. La simulation tridimensionnelle d'un fluide diphasique est lourde en temps de calcul et entraîne plusieurs possibilités d'erreurs.

Pour simplifier la simulation, un modèle à deux dimensions est utilisé afin de représenter les phénomènes évalués expérimentalement. Puisque les prises de mesures expérimentales sont effectuées à deux dimensions, cette simplification est justifiée.

7.1 Paramètres de la simulation

La première étape consiste à définir la géométrie et à spécifier des conditions aux parois le plus près de la réalité.

Afin de simplifier encore plus les calculs, la trajectoire circulaire de la bille entre les parois des cylindres coaxiaux est remplacée par une trajectoire linéaire. Cette simplification équivaut à négliger les effets des forces centrifuges. Cette simplification est justifiée puisque la vitesse de la bille est lente. En d'autres mots, la géométrie annulaire du montage expérimentale est représentée par un parallélépipède (voir figure 116).

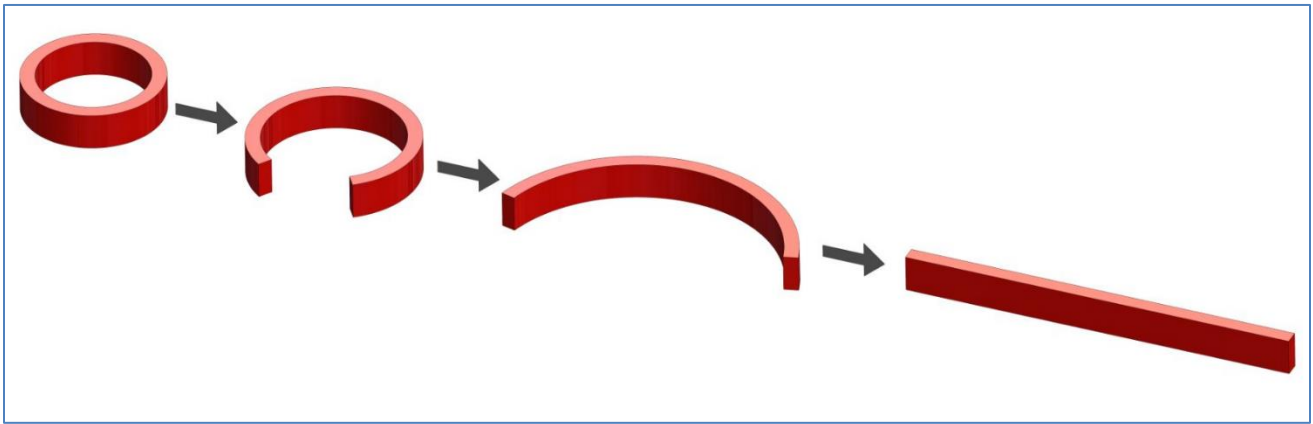


Figure 116. Trajectoire simplifiée de la bille

Le déplacement de la bille est représenté par une paroi mobile. L'interface entre les parois et le fluide sont considérés comme des parois sans glissement. Finalement, l'interface entre le liquide surnageant et le solide est définie comme une paroi rigide avec glissement. Les deux extrémités du canal rectangulaire sont définies comme symétriques. L'approche consiste à remplacer le mouvement circulaire du montage expérimental par un mouvement linéaire périodique de la bille. Cette approche utilisée pour simuler le déplacement de la bille dans le volume de contrôle est Lagrangienne. C'est-à-dire que le repère est placé sur la bille en mouvement.

La distance franchie par la bille dans un passage correspond à la distance franchie lors d'un tour complet dans le montage expérimental. Le temps requis pour franchir cette distance dépend de la vitesse de rotation du système réelle.

La Figure 117 illustre la configuration de la simulation.

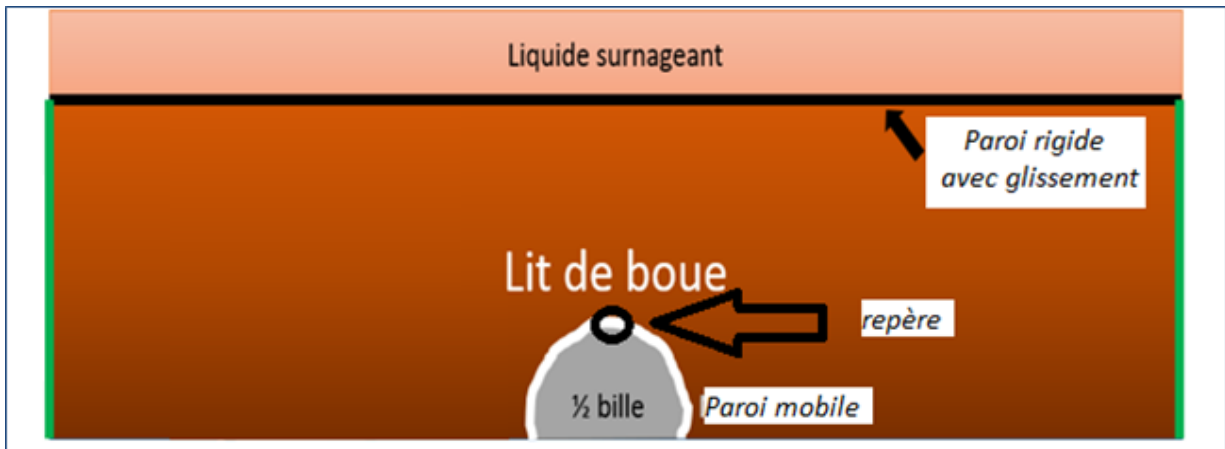


Figure 117. Configuration de la simulation

Le maillage employé pour effectuer la simulation est mixte et possède un raffinement au voisinage des différentes parois afin d'augmenter la précision des phénomènes induits par celles-ci.

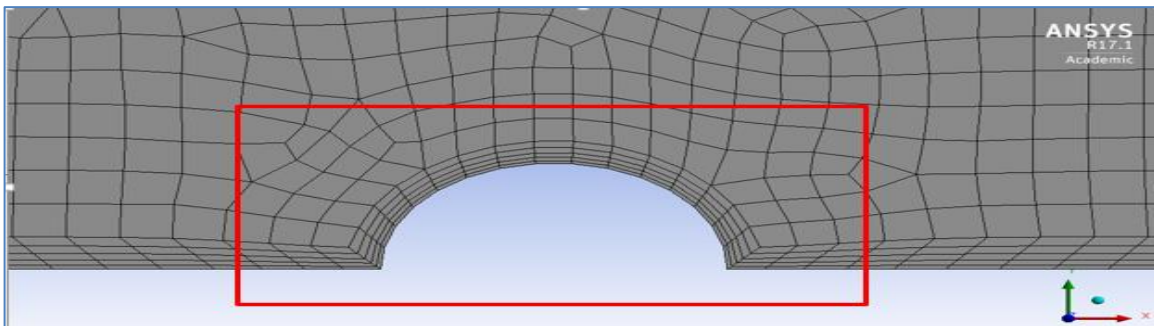


Figure 118. Raffinement du maillage au voisinage des parois

7.2 Description du modèle de simulation

Le modèle de simulation employé est un modèle d'écoulement laminaire diphasique Euler-Euler mettant en jeu une phase liquide et une phase solide. Dans ce cas, la phase liquide est la liqueur Bayer tandis que la phase solide est le fluide particulaire de bauxite. Les deux fluides forment un mélange. La viscosité et la densité de chaque fluide doivent être fournies au logiciel.

Dans le modèle, les équations de Navier-Stokes en deux dimensions sont utilisées pour calculer le champ de vitesse de chacune des phases [62].

L'équation de Navier et Stokes bidimensionnelle dans sa forme non conservatrice pour un fluide incompressible en fonction de l'axe des abscisses est la suivante :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} + \rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\rho \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) + \rho f_x \quad (7.1)$$

où

$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t}$ est le terme d'inertie,

$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y}$ est le terme de convection,

$-\rho \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ est le terme de force due à la pression,

$\mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right)$ est le terme de viscosité,

ρf_x est le terme de la force de corps.

La même équation en fonction de l'axe des ordonnées est :

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} + \rho v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\rho \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) + \rho f_y \quad (7.2)$$

L'équation de continuité pour un fluide incompressible est la suivante

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (7.3)$$

On obtient le champ de vitesse à chaque nœud du maillage pour chacune des phases permettant de calculer les déformations induites dans le système.

Ensuite, l'équation de transport de la fraction volumique de chaque phase est utilisée :

$$\frac{\partial(\alpha_\beta \rho_\beta)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha_\beta \rho_\beta \vec{V}_\beta) = \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + S_\beta \quad (7.4)$$

où

β est un indice identifiant une phase,

α_β est la fraction volumique de la phase évaluée (% v/v),

ρ_β est la densité de la phase β ($\frac{kg}{m^3}$),

\vec{V}_β est la vitesse de la phase β ($\frac{m}{s}$),

$\vec{\tau}$ est le terme de diffusion du mélange,

S_β est le terme source de la phase β .

Finalement l'équation d'épaississement par cisaillement développée expérimentalement est utilisée afin d'obtenir la concentration maximale atteignable (C_{max}) lors d'un pas de temps :

$$X^2 = X_0^2 + \frac{k_1 \gamma_m t}{k_2 + \gamma_m t} \quad (7.5)$$

Lorsque les déformations calculées varient trop rapidement ou sont très grandes sur de petits volumes de contrôle, la solution numérique tend vers une solution erronée. C'est

pourquoi l'augmentation (C_{max}) de la concentration par pas de calcul doit être bornée à une valeur maximale : ΔC_{max} .

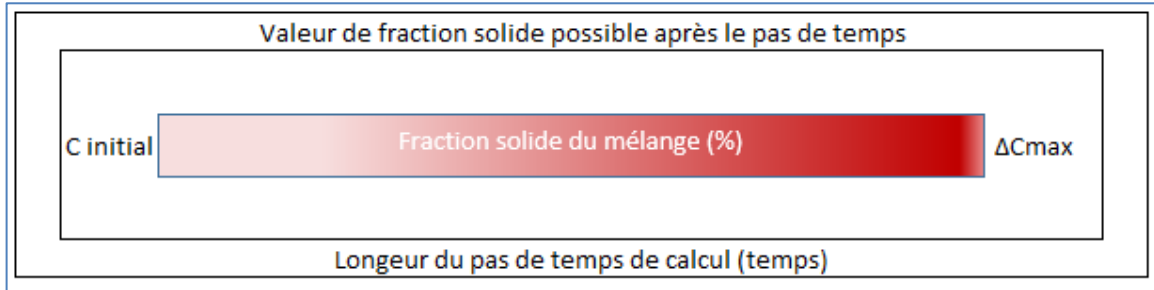


Figure 119. Variation maximale de la concentration solide pour un pas de temps

La procédure de calcul est représentée dans le schéma de la Figure 120 et s'effectue de la manière suivante :

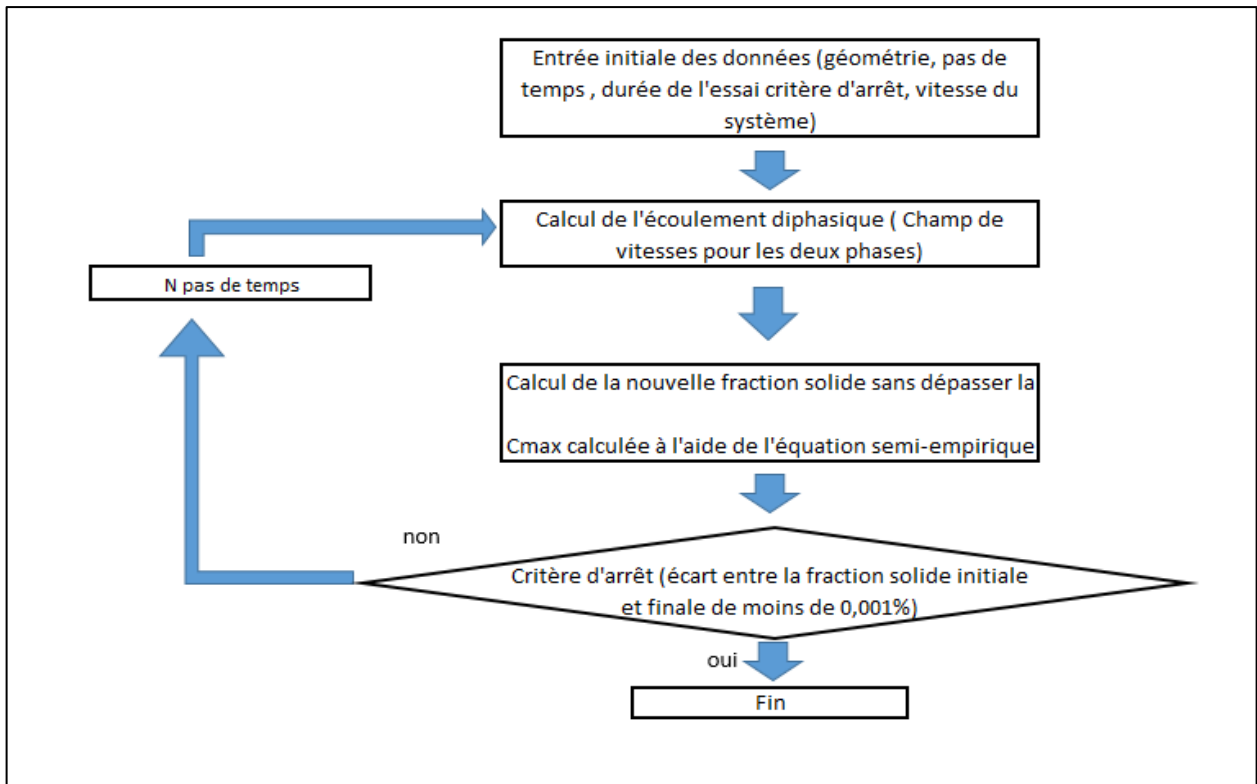


Figure 120. Organigramme du calcul effectué par le logiciel de simulation

Lors de chaque pas de temps, l'augmentation ne peut dépasser la valeur de ΔC_{\max} . Ce ΔC_{\max} est recalculé à chaque itération.

7.3 Résultat de la simulation numérique

Une simulation du montage expérimental a été effectuée en incorporant l'équation semi-empirique dans l'algorithme de résolution du solveur. Cette simulation prend en compte la rotation d'une demi-bille aux différentes vitesses évaluées expérimentalement. Les courbes représentent la simulation et les points sont les valeurs expérimentales.

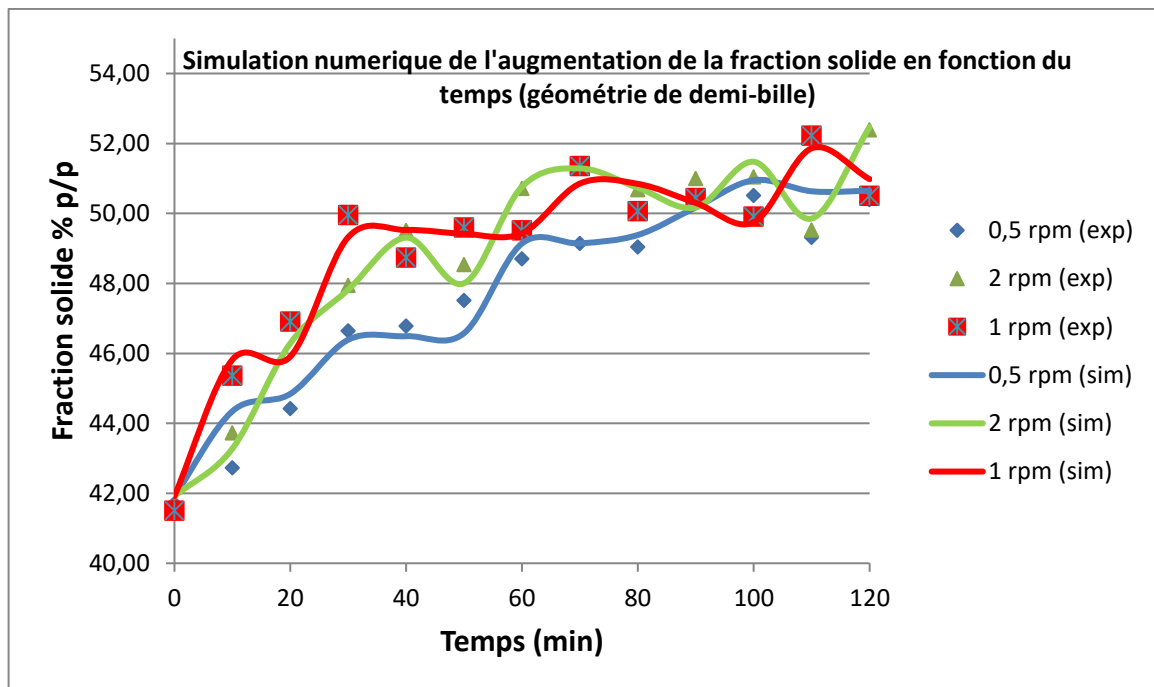


Figure 121. Simulation numérique de l'augmentation de la fraction solide en fonction du temps (géométrie demi-bille)

Tout indique que l'équation semi-empirique développée permet de prédire efficacement l'augmentation de la fraction solide en fonction de la déformation induite et du temps d'application de celle-ci.

De la même façon, la simulation du cisaillement par une lame de râteau bidimensionnelle a été effectuée afin d'explorer son effet sur l'augmentation de la fraction solide de la boue. La lame simulée a une longueur de 3,3 cm, une épaisseur de 2 millimètres et un angle d'attaque de 45°. La vitesse de rotation est de 2 rpm. La figure 122 présente les résultats de la simulation avec celle d'une demi-bille à des fins de comparaison.

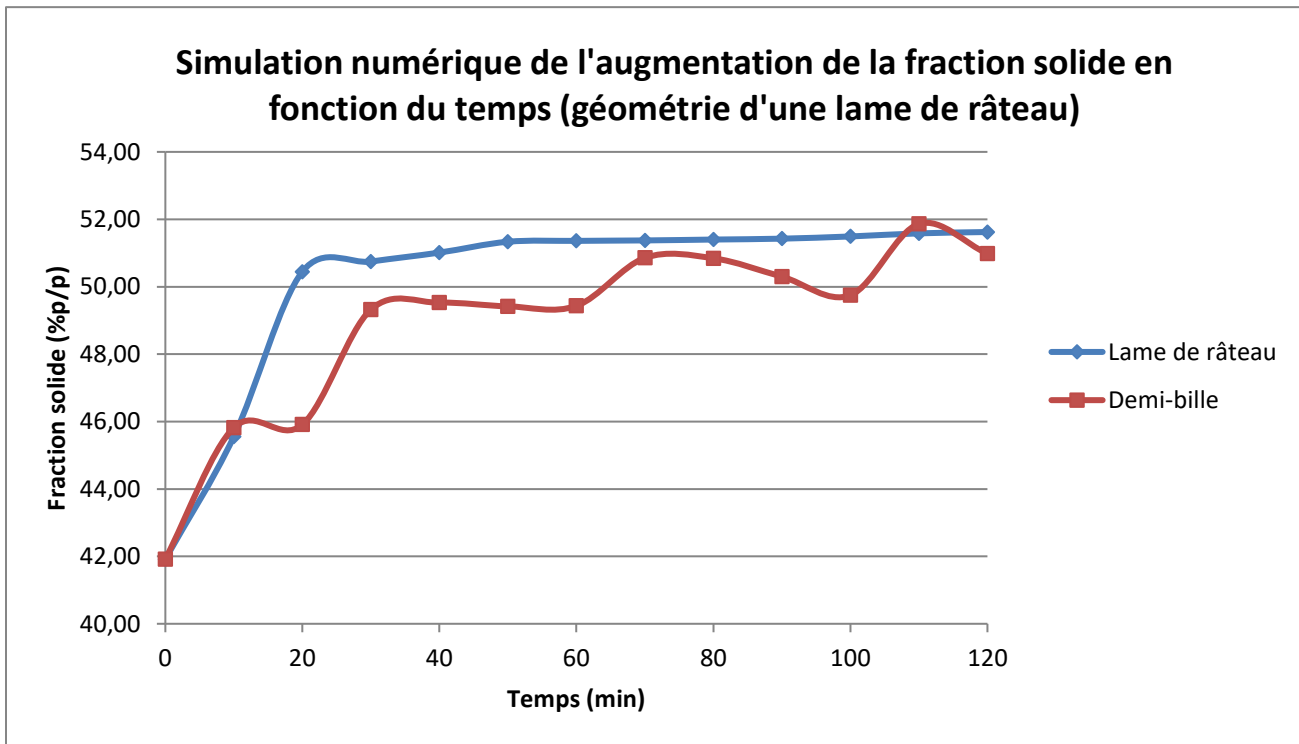


Figure 122. Simulation numérique de l'augmentation de la fraction solide en fonction du temps (géométrie d'une lame de râteau)

On remarque que l'épaississement par la lame est plus rapide que celui de la demi-bille. Ce qui indique que la quantité de déformation induite par la lame de râteau est plus grande que celle de la demi-bille. La fraction solide finale est la même dans les deux cas. Lorsque la déformation est plus grande, la fraction solide maximale est atteinte plus rapidement. Cette valeur dépend des propriétés rhéologiques de la boue et non de la forme du rotor. Ces résultats sont à titre indicatif seulement puisqu'ils n'ont pas été confirmés expérimentalement.

Chapitre 8 Conclusions et recommandations

8.1 Conclusions

Le type de montage développé afin d'observer le cisaillement induit dans la boue par la déformation permet de ne pas utiliser de tiges de traction ou de tiges d'essorage limitant ainsi leurs effets intrusifs. Cette technique pourra être appliquée dans le futur afin d'évaluer d'autres paramètres dans des montages ultérieurs.

L'équation d'épaississement développée permet de calculer efficacement l'augmentation de la fraction solide en fonction de la déformation induite et son temps d'application. Il est évident qu'une trop grande déformation engendre une réhomogénéisation de la boue, ce qui a pour conséquence d'abaisser la fraction solide. Un temps d'application trop rapide de la déformation est également problématique puisqu'il ne permet pas au liquide de s'évacuer correctement. Ces limites ne sont pas incorporées dans la relation d'épaississement. Il est important d'évaluer les paramètres rhéologiques de la boue ainsi que les paramètres physiques du système afin de pouvoir calculer les constantes k_1 et k_2 sans faire appel aux tests fastidieux d'épaississement présentés dans cette thèse. La simulation numérique concorde parfaitement avec les données expérimentales. Le logiciel de simulation reproduit donc les phénomènes d'épaississement en jeu dans le montage expérimental réel.

8.2 Recommandations

Il serait intéressant de procéder à des essais avec différents matériels ou différentes boues rouges pour valider l'équation avec ces autres fluides. Il serait également intéressant de construire un décanteur pilote complet afin d'évaluer si l'équation développée est

applicable directement sans constante d'ajustement dans un système réel. Finalement le montage pourrait être utilisé afin d'étudier l'effet des tiges d'essorage dans les épaisseurs industriels.

Chapitre 9. Bibliographie

- [1] Farrow, J. B., Johnston R. B., Nguyen T.V . Rudman M., Simic K. (2000). "Consolidation and aggregate densification during gravity thickening." Chemical Engineering Journal **80**: 141-148.
- [2] Savard. V. (2012) ; "Étude de la compaction de la boue rouge sous l'action d'une vis hélicoïdale de transport", Ingénierie. Chicoutimi , UQAC.
- [3] Coussot. P. (1999). "Rhéophysique des pâtes et des suspensions" , Edp Sciences 264p.
- [4] Meade, R. H. (1966). "Factors influencing the early stages of the compaction of clays and sands-review." Journal of Sedimentary Petrology **36**(4): 1085-1101.
- [5] Gagnon, M.J., Simard, G., Normandin, M. and Péloquin, G. (2002); "Behavior of red mud agglomerated with various flocculants under shear conditions", Light Metals, p. 107-114.
- [6] Gustavsson.K , Oppelstrup.J. , Eiken.J. (1995) ; "Shear and irreversible floc structure rearrangement", Royal institute of technology, S-100 **44** Stockholm.
- [7] Ferland, P., Tremblay, L., Doucet, J., (1997) "Process and Apparatus for Controlling Gravity Settling System", Alcan International Limited, US Patent no 5,616,831.
- [8] Bouchard.M-L (2004) ; "Étude sur la clarté d'une suspension de boue rouge et de liqueur bayer à l'aide d'un appareil de couette". Ingénierie. Chicoutimi , UQAC.

- [9] Gladman, B., M. Rudman, Scales. J. P. (2010). "The effect of shear on gravity thickening: Pilot scale modelling." Chemical Engineering Science **65**: 4293-4301.
- [10] Boivin, A. (2004). "Étude expérimentale sur le compactage de la boue rouge dans un décanteur semi-industriel". Ingénierie. Chicoutimi, UQAC. **Maîtrise**.
- [11] Svarovsky, L. (1977) "Solid-Liquid Separation ", Chemical Engineering Series, London, Éditions Butterwoths, 333 pages.
- [12] INGÉNIEURS DU GROUPE PECHINEY (1964), "L'aluminium ", Tome 1, Éditions Eyrolles, Paris, 939 pages.
- [13] Bates, L. (2000). "Design, Selection, and Application of Screw Feeders". Londres, Professional Engineering Publishing Limited, 242 pages.
- [14] Gladman, B., De Kretser R. G., Rudman M. , Scales P.J. (2005). "Effect of Shear on Particulate Suspension Dewatering." Chemical Engineering Research and Design **83**(7): 933-936.
- [15] Örmeci, B. and Ahmad A.(2009). "Measurement of additional shear during sludge conditioning and dewatering." Water Research **43**(13): 3249-3260.
- [16] Rudman M. , Paterson D.A, Simic K. (2010). "Efficiency of raking in gravity thickeners" International Journal of Mineral Processing **95**(10): 30-39.
- [17] Rudman M. , Simic K. , Paterson D.A, Strobe Brent P, A, Sutalo I.D. (2008). "Raking in gravity thickeners" International Journal of Mineral Processing **86**(08): 114-130.

- [18] Owen A.T, Nguyen T. , Fawell P.D. (2009). "The effect of flocculant solution transport and addition condition on feedwell performance in gravity thickeners" International Journal of Mineral Processing **93**(09): 115-127.
- [19] White R.B, Sutalo I.D , Nguyen T. (2003). "Fluid flow in thickener feedwell model." *Minerals Engineering* **16**(03): 145-150.
- [20] Sutalo I.D, Paterson D.A, Rudman M. (2003). "Glow visualisation and computational prediction in thickener rake model." Mineral Engineering **16**(03): 93-102.
- [21] Iasenza, R.; "Mixing and transport processes in wastewater basins" (1998), Thèse, Université McGill, 123 pages.
- [22] Imam, E., McCorquodale, J.A., ASCE, A.M. and Bewtra, J.K. (1983); "Numerical modeling of sedimentation tanks, Journal of hydraulic Engineering", Vol. 109, No.112, p 1740-1754.
- [23] Matko, T., Fawcett, N., Sharp, A. and Stephenson, T. (1996); "A numerical model of flow in circular sedimentation tanks", Institution of Chemical Engineers, Vol.74, Part B, p.197-204.
- [24] Site internet ; alteo-alumina.com (2016).
- [25] Site internet ; <https://fr.wikipedia.org/wiki/Bauxite> (2016)
- [26] Introduction au procédé Bayer, Alcan, p.42-172 (2016).
- [27] Svarosky, L. (2000); "Solid-liquid Separation", Fourth Edition, Butterworth. Heinemann, 554 pages.

- [28] Svarosky, L.; "Solid-liquid Separation", Third Edition, (1990), England : Butterworth and Co. 716 pages.
- [29] Nguyen, Q.D. and Boger D.V. (1985), "Thixotropic behaviour of concentrated bauxite residue suspensions". Rheological Acta.24: p.427-437.
- [30] Rushton, A., Ward, A.S. and Holdich, R.G.(2000); "Solid-liquid Filtration and separation technology". 2ieme edition, Wiley-VCH,p 1-580.
- [31] Jorgensen, S.E.; "Industrial water water management" (1979), Elsevier Scientific Publishing Company, 388 pages.
- [32] Sundstrom, D. W. et Klei, H.E.; "Waste water treatement", Prentice-Hall, (1979),p. 187-208.
- [33] Kynch,G.J.; "A theory of sedimentation", Transaction of the faraday society, Vol48,1952,p. 166-176.
- [34] Coe, H.S.,Clevenger, G.H.(1917); "Methods for determining the capacities of slime-settling tanks", AIME, Vol 55, p.356-384.
- [35] Peloquin, G,(2003); "Modélisation mathématique de la décantation de la boue rouge", Thèse Université du Québec à Chicoutimi, 258 pages.
- [36] Albertson ,O.E. and Okey,R.W.(1992); "Evaluation scrapper designs", Water Environment and technology, January, p52-58.

- [37] Simard.G., Leclerc A., Boivin, A. and Peloquin, G. (2005); "Modèle mathématique semi-empirique du compactage de la boue rouge par l'action du râteau", Rapport de recherche, Alcan International Limitée, Avril, 41 pages.
- [38] Scramm, G.,(1994); "A practical approach to reology and rheometry", HAAKE, 300 pages.
- [39] Couarraze G. and Grossiord J.L.(1991); "Initiation à la rhéologie", Lavoisier-Tec & Doc, deuxième édition. 272 pages.
- [40] Usher, S.P.(2002); "Suspension dewatering characterisation and optimisation", Department of chemical engineering. , University of Melbourne: Victoria, Australia, 326 pages.
- [41] Gravel.S. (2015) "Étude expérimentale de la filtration sous haute pression de résidus miniers en suspension", Maitrise, Université du Québec à Chicoutimi, 125 pages.
- [42] Talmage, W.P. and Fitch E.B., (1955) "Determining Thickener Unit Areas", Ind. Eng. Chem.,**47**,38-48.
- [43] Schwarz, M.P.(1991), "Flow Simulation in Minerals Engineering", Minerals Engineerings, 4, 7-11,717-732.
- [44] Sarmiento, G. and Uhlherr P.H.T. (1977) "Batch Settling Behaviour of Red Mud", Chemeca 77, 14-16 Septembre 1977, 296-303.
- [45] Rushton, A., Ward A.S. and Holdich R.G.,(1996) "Solid-Liquid Filtration and Separation Technology", VCH Publishers .

- [46] Pearse, M.J.(1977), "Gravity Thickening Theories : A Review", Warren Spring Laboratory,U.K.
- [47] Hassett, N.J.(1965), "Mechanism of Thickening and Thickener Design", Inst. Min. Met. Trans.,**74**, 627-637 .
- [48] Fitch, B.(1993), "Thickening Theories - an Analysis", AIChE Journal, **39**,1, 27-36.
- [49] Fitch, B.(1979), "Sedimentation of Flocculent Suspensions : State of the Art", AIChE Journal, 25, 913-930 .
- [50] Barnes, H.A., Hutton J.F. and Walters K.,(1989) "An Introduction to Rheology", Elsevier .
- [51] Darby, R.(1996), "Determining Settling Rates of Particles", Chem. Eng., **10**, 109-112.
- [52] Szalai L., Krebs L., Rodi W.(1994), "Simulation of flow in circular clarifiers with and without swirl", International Journal of Mining Science and Technology **25**, 21 pages.
- [53] Gheshlaghi M.E., Goharrizi A.S., Shahrivar A.A.(2013), "Simulation of a semi-industrial pilot plant thickener using CFD approach", International Journal of Mining Science and Technology **23** (2013) 63–68.
- [54] Gheshlaghi M.E, Goharrizi A.S, Shahrivar A.A, Abdollahi H., (2013), "Modeling industrial thickener using CFD, a case study: tailing thickener in the Sarcheshmeh copper mine", International Journal of Mining Science and Technology **23** (2013) 885–892.

- [55] Zhou T. ,Li M., Zhou C. , Zhou J-M, (2014), "Numerical simulation and optimization of red mud separation thickener with self-dilute feed", Central South University Press and Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p344-351.
- [56] Willu C.A, and Fitch B., (1980), "Determining thickener torque requirements", 15 pages.
- [57] Johnton R.R.M. and Simic K.,(1991), "Improving thickener operation and control by means of a validated model", Csiro Division of mineral and process engineering, Clayton, Australia, p695-705.
- [58] Usher, S.P.(2009); "Theoretical analysis of aggregate densification: Impact on thickener performance", Department of chemical engineering., University of Melbourne: Victoria, Australia, p 202-208.
- [59] Zerner. M. (2011); "Aux origines de la loi de darcy", Université Paris Diderot-Paris VII, p 29-40.
- [60] Ebrahimzadeh M., Ataallah G., Goharrizi S., Shahrivar A.A. (2013), "Simulation of a semi-industrial pilot plant thickener using CFD approach", International Journal of Mining Science and Technology **23**, 63–68.
- [61] Buscall, R., White, L.R.,(1987) "The Consolidation of Concentrated Suspensions", Journal of Chemical Society, Faraday Translation 1, **83**, 873-891.
- [62] Ansys Fluent, Theory guide, (2013), 814pages.
- [63] Site internet, https://fr.wikipedia.org/wiki/Donn%C3%A9e_aberrante

- [64] Ryhming I.L. (1984) "Dynamique des fluides", Presses Polytechnique Rimandes, 448p.
- [65] Du J., Pushkarova R.A., Smart R.S.C.(2009), "A cryo-SEM study of aggregate structure changes during clay setting and raking processes". International Journal of Mineral Processing. Vol. **93**, 66-72.
- [66] Fox .RW, McDonald A.T, Pritchard P.J,(2006) "Introduction to fluid mechanics". Justask! Edition, 787 pages.

Annexe A Tableau de la distribution de Student

α	25 %	20 %	15 %	10 %	5 %	2,5 %	1 %	0,5 %	0,25 %	0,1 %	0,05 %
$1 - \alpha$	75 %	80 %	85 %	90 %	95 %	97,5 %	99 %	99,5 %	99,75 %	99,9 %	99,95 %
k											
1	1	1,376	1,963	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,92	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33	31,6
3	0,765	0,978	1,25	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,21	12,92
4	0,741	0,941	1,19	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,61
5	0,727	0,92	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,44	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,86	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	0,883	1,1	1,383	1,833	2,262	2,821	3,25	3,69	4,297	4,781
10	0,7	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,93	4,318
13	0,694	0,87	1,079	1,35	1,771	2,16	2,65	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,14
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,69	0,865	1,071	1,337	1,746	2,12	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,74	2,11	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,33	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,61	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	0,86	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,85
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,08	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	0,858	1,06	1,319	1,714	2,069	2,5	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,06	2,485	2,787	3,078	3,45	3,725
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,69
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	0,854	1,055	1,31	1,697	2,042	2,457	2,75	3,03	3,385	3,646
40	0,681	0,851	1,05	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
60	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2	2,39	2,66	2,915	3,232	3,46
80	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,99	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
100	0,677	0,845	1,042	1,29	1,66	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,39
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,98	2,358	2,617	2,86	3,16	3,373
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,96	2,326	2,576	2,807	3,09	3,291